

மாகாணக் கல்வித்தினைக்களாம் வடமாகாணம்

இணைந்த கணிதம் II

10 | T | II

தரம்:13(2020)

பயிற்சிப் பரீட்சை - 01

முன்று மணி 10 நிமிடங்கள்

சுட்டெண்

--	--	--	--	--	--	--

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

(10) இணைந்த கணிதம் II

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

இணைந்தகணிதம் I

இணைந்தகணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

பகுதி A

1. கிடையுடன் θ கோணத்தில் கதி $k \sqrt{\cos \theta}$ உடன் கிறிக்கற் பந்தொன்று எறியப்படுகிறது. இங்கு k ஒரு மாறிலி. பந்தின் கிடைவீச்சு $\frac{2k^2}{g} (\sin \theta - \sin^3 \theta)$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

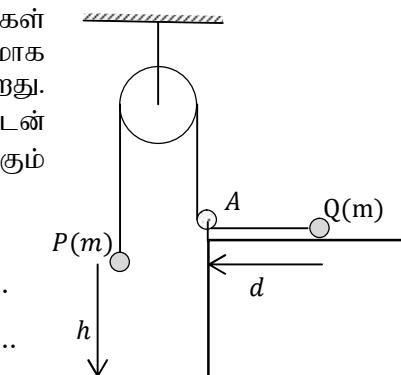
.....

.....

.....

.....

2. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள கப்பிகள், தொடுகை மேற்பரப்புகள் அனைத்தும் ஒப்பமானவை. தொகுதி இழைகள் இறுக்கமாக இருக்க பிடிக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து இயங்க விடப்படுகின்றது. இங்கு $d > h$ ஆகும். P ஆனது தரையில் மோதியவுடன் ஓய்வடைகின்றது. Q ஆனது A இனை அடைய எடுக்கும் நேரம் $\frac{h+d}{\sqrt{gh}}$ எனக் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. சம திணிவுடைய இரு கோளங்கள் கிடைத்தளத்தில் எதிர்எதிர் திசைகளில் 4ms^{-1} , 8ms^{-1} என்னும் கதிகளுடன் இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. கோளங்களிற்கிடையிலான மீள்தன்மைக் குணகம். $\frac{2}{3}$ எனின், மொத்தவினால் கோளங்களின் மொத்த இயக்கச்சுதி அரைப்பங்காகக் குறைகின்றது எனக் காட்டுக.
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

4. ஒரு புகையிரதம் $1000m\text{ kg}$ திணிவை உடையது. இப்புகையிரதம் கிடைத் தண்டவாளத்தில் v_1 சீரான கதியில் செல்லுகின்றது. அதன் இயக்கத்திற்கு வளியாலும் தண்டவாளத்தாலும் வழங்கப்பட்ட தடை விசை அலகுத் திணிவிற்கு $\frac{R}{1000} N$ ஆகும். தடைவிசை மாறாதுள்ளபோது அப்புகையிரதம் 100 இற்கு 1 சரிவுடைய பாதையில் மேல் நோக்கி சீரான கதி v_2 இல் செல்லவல்லது எனின் $\frac{v_1}{v_2} = \left(1 + \frac{10g}{R}\right)$ எனக் காட்டுக.
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

5. இரு $6m$, $2m$ என்னும் திணிவுகளை உடைய துணிக்கைகள் இலேசான நீளா இழையின் முனைகளிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழையானது ஒப்பமான கப்பி மீது போடப்பட்டு இழை இறுக்கமாக இருக்க துணிக்கைகள் ஓய்வில் உள்ளன. $6m$ ஆனது தரையைத் தொட்டுக்கொண்டு இருக்க $2m$ ஆனது சுயாதீனமாகக் கொண்டு இருக்கின்றது. $2m$ திணிவுடைய மூன்றாம் துணிக்கை ஓய்வில் இருந்து h தூரத்திற்கூடாக விழுந்து சிறிய துணிக்கையுடன் மோதி இணைகிறது. இவ் இணைவால் தொகுதி u எனும் கதியைப் பெறும் எனின் $u = \frac{\sqrt{2gh}}{5}$ எனக் காட்டி இழையில் ஏற்பட்ட கண்ததாக்கையும் காண்க.
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

6. காவிகளிற்கான எண்ணிப் பெருக்கத்தைப் பயன்படுத்தி, $ABCD$ ஆனது ஓர் நான்முகியாகவும், இதன் எதிர் விளிம்புகள் AC யும் BD யும், AD யும் BC யும் செங்குத்தானவையாகவும் இருப்பின் எதிர் விளிம்புகள் AB யும் CD யும் செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக.
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

7. ஒரு பாரமான சீர்க் கோளம் கிடையுடன் $\alpha, 2\alpha$ கோணங்களில் சாய்ந்திருக்கும் இரு ஓப்பமான தளங்களிற்குள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. அது $\alpha (\neq 0)$ சாய்வுள்ள தளத்துடன் ஆக்கும் தாக்கம் கோள நிறையின் அரைவாசி எனின், $4 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha - 1 = 0$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. W நிறையுடைய சீரான கோலின் ஒரு முனை கரடான கிடைத்தளத்தில் இருக்கவும் மறுமுனை ஓப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கு எதிரே கிடையுடன் θ கோணம் சாய்ந்து இருக்கவும், எல்லைச் சமநிலையில் இருப்பின் $2 \tan \theta \cdot \tan \lambda = 1$ என நிறுவுக; இங்கு λ உராய்வுக் கோணம் ஆகும்.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. கடந்த காலத் தரவுகளில் இருந்து கண்ணன் 4 தடவைகளில் 3 தடவைகள் உண்மை பேசுகின்றான். அவன் தாயக்கட்டை ஒன்றை எறியும் பரிசோதனையில் 6 என்ற இலக்கம் கிடைத்தது எனக் கூறுகின்றான் எனின், உண்மையில் 6 என்ற இலக்கம் கிடைத்திருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. எண் பரம்பலொன்றிலுள்ள x_1, x_2, \dots, x_9 ஆகிய 9 எண்கள் தொடர்பாக பின்வரும் தரவுகள் தரப்பட்டுள்ளன. $\sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 = 60$, $\sum_{i=1}^9 x_i^2 = 421$ எனின் இப்பரம்பலின் மாற்றிற்றனையும் இடை \bar{x} ஜியும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

பகுதி B

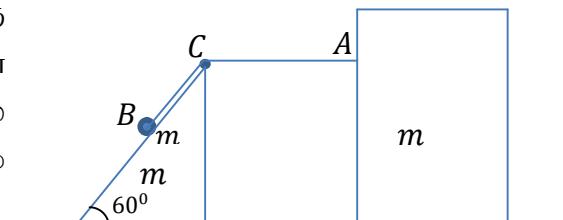
11. (a) துணிக்கையொன்று ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு t செக்கன் நேர இடைவெளியில் மாறு ஆர்முடுகல் f உடனும் பின்னர் அதே t செக்கன் நேர இடைவெளியில் மாறு அமர்முடுகல் f' ($f' < f$) உடனும் ஒரு நேர்கோட்டில் இயங்குகின்றது. பின்னர் அது மீண்டும் மீண்டும் ஒவ்வொரு $2t$ செக்கன் நேர இடைவெளிகளிலும் முன்னர் போன்று f உடன் ஆர்முடுகி f' உடன் அமர்முடுகுகின்றது. முதல் $6t$ செக்கன்களுக்கான துணிக்கையின் இயக்கத்தின் வேக - நேர வரைபை வரைக. இதிலிருந்து

- முதல் $2t$ நேர இடைவெளியில் சென்ற தூரம் $\frac{1}{2}(3f - f')t^2$ எனவும்
- இரண்டாவது $2t$ நேர இடைவெளியில் சென்றதூரம் $\frac{1}{2}(7f - 5f')t^2$ எனவும் காட்டுக.
- மூன்றாவது $2t$ நேர இடைவெளியில் சென்ற தூரத்தைக் காணக் காட்டுக. இவற்றிலிருந்து $2nt$ செக்கன்களில் அது பயணித்த தூரம் $\frac{nt^2}{2}(2n(f - f') + f + f')$ எனக் காட்டுக.

(b) B ஆனது A யிற்கு மேற்கேயும் C யிற்கு வடக்கேயும் அமையுமாறு A, B, C என்பன மூன்று விமான நிலையங்களாகும். $BC=AB$ ஆகும். அமைதியான வளியில் n கதியில் பறக்கக்கூடிய விமானம் ஒன்று $\frac{1}{3}n$ கதியில் காற்று வீசும் ஒரு நாளில் A யில் இருந்து B யிற்கும், அங்கிருந்து C யிற்கும் பறக்கிறது. அது முதலில் மேற்கு α வடக்கு நோக்கியும், பின் கிழக்கு β தெற்கு நோக்கியும் பறக்கிறது. இரு பறப்புகளுக்குமான வேகமுக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைந்து,

- $\sin^2\alpha + \cos^2\beta = \frac{1}{9}$ எனவும்
- இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் பறப்பு நேரங்கள் சமம் எனின் $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ எனவும் காட்டுக.

12. (a) ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள ஒரு கனக்குற்றியும் ஆப்பும் ஒரு அழுத்தமான கிடை மேசையின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளன. கனக்குற்றியினதும் ஆப்பினதும் திணிவு மையத்தினுடைன நிலைக்குத்துத் தளத்தில் கிடக்கும் AB என்னும் இலோசான இழையின் ஒரு முனை கனக்குற்றியில் A என்னும் ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்விழை கிடைக்கு 60° சாய்வில் இருக்கும் ஆப்பின் ஒப்பமான முகத்தில் உள்ள m



துணிக்கையை மறுமுனை B யில் தாங்குகிறது. கோடு AC கிடையாக இருக்குமாறு ஆப்பிற்கு பொருத்தப்பட்ட C என்னும் ஒரு சிறிய இலேசான ஒப்பமான கப்பியின் மேலாக இழை செல்கின்றது. இழை இறுக்கமாக இருக்க இத்தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. ஆப்பின் ஆர்மூடுகல் $\frac{\sqrt{3}g}{5}$ எனக் காட்டி துணிக்கையின் மேல் உள்ள ஆப்பின் மறுதாக்கம் $\frac{mg}{5}$ எனக் காட்டுக.

(b) திணிவு m ஜி உடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான துணிக்கை P ஆனது ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட மையம் O வையும் ஆரை r ஜியும் உடைய ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான வட்டக் குழாயில் ஈர்ப்பின் கீழ் சுயாதீஸமாக இயங்கத்தக்கது. துணிக்கை குழாயின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியில் இருந்து கதி $\sqrt{3gr}$ உடன் கிடையாக எறியப்படுகின்றது. OP ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ வை ஆக்கும் போது துணிக்கையின் கதி v எனின் $v^2 = gr(1 + 2 \cos \theta)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ ஆக இருக்கும்போது துணிக்கை மீது குழாயின் மறுதாக்கம் அதன் திசையை மாற்றுகின்றது எனக் காட்டி அப்போது துணிக்கையின் கதியைக் காண்க.

13. மீள்தன்மைமட்டு $3mg$ ஜியும் இயற்கை நீளம் $3l$ ஜியும் உடைய ஒர் இலேசான மீள்தன்மை இழை AB யின் ஒரு நுனி A ஆனது ஒரு கிடை சீலிங்கின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டு இழையின் மற்றைய நுனி B யில் இருந்து திணிவு m ஜி உடைய ஒரு துணிக்கை தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கு தடை ஏற்படாத அளவிற்கு சீலிங்கானது போதிய உயரமானதாகும்.

- (i) A யில் இருந்து துணிக்கையின் நாப்பத் தானத்திற்கான தூரத்தைக் காண்க.
- (ii) இப்போது திணிவு m ஜி உடைய ஒரு சிறிய வளையத்தினாடாக இழை செல்லத்தக்கதாக, வளையம் A யிலே ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகின்றது. வளையம் இழை வழியே நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி இயங்குகிறது. வளையம் துணிக்கையுடன் மோதுவதற்கு சற்று முன்னர் அதன் கதி $2\sqrt{2gl}$ எனக் காட்டுக.
- (iii) வளையம் துணிக்கையுடன் மோதி ஒரு சேர்த்திப்பொருளாக அமையும் எனின் அச்சேர்த்திப் பொருளின் தொடக்க வேகம் $\sqrt{2gl}$ எனக் காட்டுக.
- (iv) சேர்த்திப் பொருள் ஒரு எளிய இசை இயக்கத்துடன் இயங்குகின்றதெனக் காட்டி அதன் அலைவு காலத்தையும் காண்க.

(v) சேர்த்திப் பொருளின் எனிய இசை இயக்கத்திற்கு தடையாக அமையாமல் இருப்பதற்கு தரையிலிருந்து சீலிங்கின் குறைந்தபட்ச உயரம் $(5 + \sqrt{5})l$ ஆக இருக்கவேண்டும் எனக் காட்டுக.

14. (a) O, A, B என்பன ஒரு நேர்கோட்டில் அமையாத மூன்று புள்ளிகள். $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$, $\overrightarrow{OC} = \underline{a} + \underline{b}$ ஆகுமாறு C என்பது வேறு ஒரு புள்ளியாகும். P என்பது BC இன் நடுப்புள்ளியாக இருக்கிறது.
- $$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}(\underline{a} + 2\underline{b})$$
- ஆகுமென நிறுவுக.
- OP ஆனது AB ஜ R இல் சந்திக்கும் எனின், $\overrightarrow{RB} = \underline{b} - k(\underline{a} + 2\underline{b})$ எனக் காட்டுக; இங்கு k ஓர் எண்ணி.
- இதிலிருந்தோ வேறு விதமாகவோ $AR : RB = 2 : 1$ எனக் காட்டுக .

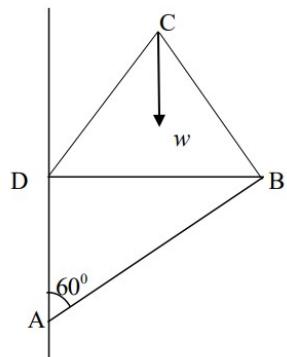
- (b) $P, Q, R, P, 2P, 3P$ நியூற்றன் விசைகள் $2a\ m$ நீளமுள்ள பக்கத்தையுடைய ஓர் ஒருதள ஒழுங்கான அறுகோணி $ABCDEF$ இன் பக்கங்கள் AB, BC, CD, DE, EF, FA வழியே எழுத்து ஒழுங்கு முறையினால் காட்டப்படும் போக்கில் முறையே தாக்குகின்றன.
- (i) இத் தொகுதி ஓர் இணைக்குச் சமவலுவானது எனின் Q, R ஆகியவற்றை P யின் சார்பில் கண்டு, இணையின் திருப்பத்தைக் காண்க.
- (ii) இத் தொகுதி AD வழியே உள்ள ஒரு தனி விசைக்குச் சமவலுவானது எனின் Q, R ஆகியவற்றை P யின் சார்பில் காண்க .

15. (a) AB, BC, CD, DE என்பன சமநீளம் $2a$ உம் சம நிறையும் உடைய நான்கு சீரான கோல்கள் ஆகும். அவை B, C, D இல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு A, E கரடான கிடைத்தரையில் இருக்க நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் சமச்சீரான நிலையில் கூரை வடிவில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. தளத்திற்கும் கோலுக்கும் இடையிலான உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{4}$ ஆகும்.

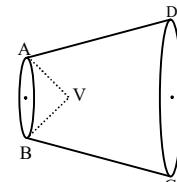
AE இன் அதிகவடிய இடைத்தாரம், $\frac{2a}{5}(\sqrt{10} + 5\sqrt{2})$ எனக் காட்டி, அந்நிலையில் கூரையின் உயரத்தையும் காண்க.

(b) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள சட்டப்படல் முனைகள் B, C, D என்பவற்றில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்ட AB, BC, CD, BD என்னும் நான்கு இலோசான கோல்களைக் கொண்டுள்ளது.

$DB = BC = CD$ எனவும் $B\hat{A}D = 60^\circ$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. A, D என்பன ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவரில் பிணைக்கப்பட்டும் C இல் சுமை w ஏற்றப்பட்டு, கோல் BD கிடையாக இருக்க சட்டப்படல் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் சமநிலையில் உள்ளது. போவின் குறிப்பிட்டைப் பயன்படுத்தி ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து, எல்லாக் கோல்களிலும் உள்ள தகைப்புகளைக் கண்டு, இத்தகைப்புகள் இழுவைகளா, உதைப்புகளா என வேறுபடுத்துக.



16. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவில் ABCD ஆனது ஒரு செவ்வட்க் கூம்பின் உயரம் h ஜ உடைய அடித்துண்டின் வடிவத்தில் உள்ள அடர்த்தி ρ ஜ உடைய ஒரு சீர்த் திண்மப் பொருளை வகைகுறிக்கின்றது. அதன் வட்டத் தளமுகங்களின் விட்டங்கள் $AB = a$, $CD = 2a$ ஆகும்.



அதன் திணிவு $\frac{7}{12}\rho\pi a^2 h$ எனவும் அதன் திணிவு மையம் G ஆனது சிறிய முகத்தின் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{17h}{28}$ இல் உள்ளது எனவும் தொகையிடலால் காட்டுக.

ஆட ஆரை $\frac{1}{2}a$ ஜியும் உயரம் $\frac{h}{2}$ ஜியும் உடைய ஒரு செவ்வட்டத் திண்மக் கூம்பு VAB மையக் குடைவதன் மூலம் அடித்துண்டு ABCD யிலிருந்து ஒரு திண்மப் பொருள் J பெறப்படுகின்றது. J யின் திணிவு மையம் G_1 இன் தானத்தைக் காண்க.

பெரிய முகத்தின் பரித்தியின் ஒரு புள்ளியிலிருந்து பொருள் J சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. நாப்பத் தானத்தில் J இன் சமச்சீர் அச்சு நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கூர்ங்கோணம் β ஆனது $\tan \beta = \frac{104a}{37}$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

17. (a) விவசாயி ஒருவரிடம் A, B என்னும் இரு இனக் கோழிகள் மாத்திரம் இருக்கின்றன. முட்டை உற்பத்தியில் 70% ஆனது A இனக் கோழிகளிலிருந்து கிடைக்கின்றது, A இனக் கோழிகள் இடும் முட்டைகளில் 30% ஆனவை பெரியனவும் 50% ஆனவை நடுத்தர அளவுள்ளனவும் எஞ்சியவை சிறியனவும் ஆகும். B இனக் கோழிகளுக்கு நேரொத்த சதவீதங்கள் முறையே 40%, 30%, 30% ஆகும். முட்டையின் நிறம்(கபிலநிறம் அல்லது வெள்ளை) ஒவ்வொர் இனத்திலும் பருமனைச் சார்ந்திருப்பதில்லை. A இன முட்டைகளில் 20% உம் B இன முட்டைகளில் 50% உம் கபிலநிறமுள்ளது.

- (i) ஒரு முட்டை பெரிதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
- (ii) ஒரு முட்டை கபிலநிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
- (iii) ஒரு முட்டை பெரிதாகவும் கபில நிறமுள்ளதாகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
- (iv) கபிலநிற முட்டைகளில் அதிக எண்ணிக்கையில் இருக்கும் முட்டையின் பருமன் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(b) கண்ணும் கமலனும் ஒவ்வொரு நாளும் தொலைபேசியில் ஒருவரோடு ஒருவர் கதைக்கின்றனர். 50 நாட்கள் அவதானிக்கப்பட்டு அவர்கள் நாளொன்றில் உரையாடிய நிமிடங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

செலவிட்ட நேரம்(நிமிடங்களில்)	கதைக்கும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை
1 – 6	2
7 – 12	7
13 – 18	19
19 – 24	12
25 – 30	6
31 – 36	3
37 – 42	1

- (i) ஆகாரத்தைக் காண்க.
- (ii) கதைப்பதில் அவர்கள் செலவிட்ட நேரத்தின் இடையையும் நியம விலகலையும் மதிப்பிடுக.
- (iii) பரம்பலின் இடையத்தைக் கண்டு, ஓராயக் குணகத்தைப் பெறுமானங் கணிக்க.