வடக்கு மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்

க.பொ.த (சா/த) மாணவர்களுக்கான விடுமுறைகால
விசேட செயற்றிட்டம் - 2020

சுய கற்றல் கையேடு

கணிதம்

தரம் 11 - இரண்டாம் தவணை - 2020

தயாரிப்பு
கணித பாட ஆசிரியர்கள்
யாழ்ப்பாணம் கல்வி வலயம்

Scanned with CamScanner

09 - சதவீதம்

தரப்பட்ட சதவீதத்தைக் காணல்

உதாரணம் 1

ரூபா750 இன் 20% யாது?

$\frac{20}{100}$ X 750

= ரூபா 150

உதாரணம் 2

ரூபா 1500 க்கு வாங்கிய ஒரு பொருளை ரூபா 1800க்கு விற்றால் கிடைக்கும் இலாப சதவீதத்தைக் காண்க.

இலாபம் = ரூபா 1800 - ரூபா 1500

= ரூபா 300

சதவீத இலாபம் = $\frac{300}{1500}$ X 100

= 20%

பயிற்சி

1) ரூபா 750 இன் 20% யாது?

2) ரூபா 1750 இன் 5% யாது?

3) 750kg இன் 25% யாது?

4) ரூபா 25000 ஐ மாதமொன்றிற்கு 15% எளிய வட்டிப்படி 4 வருடங்களில் கடனிலிருந்து விடுபட செலுத்தவேண்டிய மொத்தப் பணம் யாது?

5) ரூபா 4200 இன் 8% எளிய வட்டிப்படி 3 வருட வட்டி யாது?
மேலதிக பயிற்சி

6) தரம் 11 கணிதம்II புத்தகத்தில் பக்கம் 1 மீட்டல் பயிற்சியை செய்க.

குறைந்து செல்லும் மீதி முறையின் கீழ் வட்டியைக் கணித்தல்

1. தவணைக் கட்டணத்தைக் கணித்தல்

உதாரணம் 1

29 மாத தவணைகளில் சம தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்துவதற்கு, வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 50000 ஐ கடனாகப் பெற்றவர் குறைந்து செல்லும் மீதி முறையின் கீழ் மொத்த வட்டியாக ரூபா 8000 ஐ செலுத்த நேரிட்டது. ஒரு மாத தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

Scanned with CamScanner

பெற்ற கடன் தொகை = ரூபா 50000

செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி = ரூபா 8000

செலுத்தவேண்டிய மொத்தப் பணம் = 50000 + 8000

= 58000

ஒருமாத தவணைக் கட்டணம் $= \frac{58000}{29}$

= ரூபா 2000

பயிற்சி

1. 12 மாத தவணைகளில் சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்துவதற்கு, வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 40000 ஐ கடனாகப் பெற்றவர் குறைந்து செல்லும் மீதி முறையின் கீழ் மொத்த வட்டியாக ரூபா 2060 ஐ செலுத்த நேரிட்டது. ஒரு மாத தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

2. குறைந்து செல்லும் மீதி முறையின் கீழ் மொத்தத் தொகையாக ரூபா 54300 செலுத்தி கடனைத் தீர்த்த ஒருவர் மொத்த வட்டியாக ரூபா 8530 ஐ செலுத்த நேரிட்டது. அவர் பெற்ற கடன் தொகையைக் காண்க.

3. 25 மாத தவணைகளில் சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்துவதற்கு, வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 75500 ஐ கடனாகப் பெற்றவர் குறைந்து செல்லும் மீதி முறையின் கீழ் மொத்த வட்டியாக ரூபா 14500 ஐ செலுத்த நேரிட்டது. ஒரு மாத தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

உதாரணம் 2

12% ஆண்டு வட்டி வழங்கும் வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 90000 ஐ கடனாகப் பெற்ற நிமலன் கடன் தொகையை 6 மாத தவணைகளில் சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்தி கடனைத் தீர்க்கமுடியுமாயின் ஒரு மாத தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

பெற்ற கடன் தொகை = ரூபா 90000

ஒரு மாதத்திற்கு செலுத்தவேண்டிய கடன் பகுதி $= \frac{90000}{6}$

= ரூபா 15000

ஒரு மாத அலகு வட்டி $= \frac{12}{100} \times 15000 \times \frac{1}{12}$

= ரூபா 150

மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{6}{2}(1 + 6)$

= 3 X 7

= 21

Scanned with CamScanner

செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி = 150 X 21

= 3150

செலுத்தவேண்டிய மொத்தப் பணம் = 90000 + 3150

= 93150

ஒரு மாத தவணைக் கட்டணம் $= \frac{93150}{6}$

= ரூபா 15525

பயிற்சி

1. 18% ஆண்டு வட்டி வழங்கும் வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 120000 ஐ கடனாகப் பெற்ற நிமலன் கடன் தொகையை 24மாத தவணைகளில் சம தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்திக் கடனைத் தீர்க்கமுடியுமாயின் ஒரு மாத தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

2. மாதமொன்றுக்கு 12% வட்டி வழங்கும் வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 60000 ஐ கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் கடன் தொகையை 30 மாத தவணைகளில் சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்தி கடனைத் தீர்க்கமுடியுமாயின் ஒரு மாத தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க

3. 6% ஆண்டு வட்டி வழங்கும் வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 80000 ஐ கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் கடன் தொகையை 20மாத தவணைகளில் சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்தி கடனைத் தீர்க்கமுடியுமாயின் ஒரு மாத தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

4. ரூ 20000 ஐ கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் அக்கடனை ஆண்டுக்கு 18% குறைந்து செல்லும் மீதி முறை வட்டிப்படி 10 சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்த வேண்டும்.
   a) மாதமொன்றிற்கு செலுத்த வேண்டிய கடன் பணம் எவ்வளவு ?
   b) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது ?
   c) மாத மொன்றிற்கு அறவிடப்படும் வட்டி யாது ?
   d) மொத்த வட்டி யாது?
   e) தவணைக் கட்டணத்தின் பெறுமானம் யாது?

5.

உடன் பணத்திற்கு ரூ 165 000 உடைய மின் உபகரணங்களை முதலில் ரூ. 25000 ஐ செலுத்தியும், மிகுதியை குறைந்து செல்லும் மீதி முறையின் கீழ் ஆண்டுக்கு 6% வட்டியுடன் 14 சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்த வேண்டும்.

i) கடன் தொகை யாது ?

ii) மாதமொன்றிற்கு செலுத்த வேண்டிய கடன் பணம் எவ்வளவு ?

iii) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது ?

iv) மாதமொன்றிற்கு அறவிடப்படும் வட்டி யாது ?

v) மொத்த வட்டி யாது?

Scanned with CamScanner

vi) தவணைக் கட்டணத்தின் பெறுமானம் யாது ?

6. ரூ 75 000 உடைய மோட்டார் சைக்கிளை குறைந்து செல்லும் மீதி முறையில் பெற்றுக் கொள்வதற்கு முதலில் ரூ15000 ஐ செலுத்த வேண்டும். மிகுதியை ஆண்டுக்கு 8% வட்டியுடன் 10 சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்த வேண்டும்.

a) கடன் தொகை யாது ?
b) மாதமொன்றிற்கு செலுத்த வேண்டிய கடன் பணம் எவ்வளவு ?
c) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது ?
d) மாதமொன்றிற்கு அறவிடப்படும் வட்டி யாது ?
e) மொத்த வட்டி யாது?
f) தவணைக் கட்டணத்தின் பெறுமானம் யாது ?

7. கைப்பணத்திற்கு ரூ 123450 உடைய சலவை இயந்திரத்திற்கு முதலில் ரூ. 34500 ஐ செலுத்த வேண்டும். மிகுதியை குறைந்து செல்லும் மீதி முறையின் கீழ் ஆண்டுக்கு 6% வட்டியுடன் 24 சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்த வேண்டும். ஒரு மாத தவணைக் கட்டணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

8. முதலில் ரூ3500ஐ செலுத்தி ரூ27500 பெறுமதியான தொலைக்காட்சிப் பெட்டி வாங்கப்படுகிறது. மீதி குறைந்து செல்லும் மீதி முறையில் 12% வட்டி வீதத்தில் 12 தவணையில் செலுத்தி முடிக்கப்படுகிறது. தவணை ஒன்றில் கட்ட வேண்டிய தவணைக் கட்டணம் எவ்வளவு?

9. ரூ93500 பெறுமதியான கணினி ஒன்று முதலில் ரூ13500செலுத்தி மீதிப் பணம் குறைந்து செல்லும் மீதி முறையில் 6% மாத வட்டி வீதத்தில் 20 மாத தவணைகளில் செலுத்துவதற்கு உடன்பட்டு வாங்கப்படுகிறது. தவணை ஒன்றுக்குக் கட்ட வேண்டிய தொகை எவ்வளவு?

2. வட்டி வீதத்தைக் கணித்தல்.

உதாரணம் 1

வங்கியிலிருந்து ரூபா 50000 ஐ கடனாகப் பெற்று தவணை ஒன்றுக்கு ரூபா 3500 படி 18 மாத தவணைகளுக்குச் செலுத்தி கடனைத் தீர்க்கமுடியுமாயின் கடனுக்காகச் செலுத்தியமொத்த வட்டியைக் காண்க.

கடன் தொகை = ரூபா 50000

மொத்தமாகச் செலுத்திய பணம் =ரூபா 3500 X 18

= ரூபா 63000

∴ மொத்த வட்டி = ரூ. 63000 - ரூ. 50000

= ரூபா 13000

Scanned with CamScanner

உதாரணம் 2

கைப்பணத்திற்கு ரூ. 75500 பெறுமதி உடைய கணினி ஒன்றை முதலில் ரூ. 15500 ஐ உடன் செலுத்தி தவணைக் கட்டண அடிப்படையில் பெற்றுக் கொள்ளலாம். எஞ்சிய தொகையை குறைந்து செல்லும் மீதிக்கு வட்டிப்படி மாத தவணை ஒன்றுக்கு ரூ.680 உடைய 24 சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்த வேண்டும்.

a) 24 சம தவணைக் கட்டணங்களில் செலுத்த வேண்டிய கடன் தொகை யாது ?

ரூ. 75500 - ரூ. 15500

=ரூ. 60000

b) ஒரு மாதக்கடன் பணம் யாது ?

$$\frac{60000}{24}$$

= ரூபா 2500

c) செலுத்திய மொத்தத் தொகை யாது? ரூ. 3125 x 24

= ரூபா 75000

d) மொத்த வட்டி யாது? ரூ. 75000 - ரூ. 60000

= ரூபா 15000

e) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது ? $\frac{24}{2}$ x (1 + 24)

= 12 x 25

= 300

f) மாத அலகொன்றிற்கான வட்டி யாது? $\frac{15000}{300}$

= ரூபா 50

g) வருட வட்டி வீதம் எவ்வளவு ? $\frac{50}{2500}$ x 100 x 12

= 24%

பயிற்சி

1. வங்கியிலிருந்து ரூபா 150000 ஐ கடனாகப் பெற்று தவணை ஒன்றுக்கு ரூபா 4500 படி 36 மாத தவணைகளுக்குச் செலுத்தி கடனைத் தீர்க்கமுடியுமாயின் கடனுக்காகச் செலுத்திய மொத்த வட்டியைக் காண்க.

2. கைப் பணத்திற்கு ரூ. 15000 உடைய தையல் இயந்திரமொன்று முதலில் ரூ. 6500 ஐ செலுத்தி தவணைக்கட்டண அடிப்படையில் பெற்றுக் கொள்ளலாம். எஞ்சிய தொகையை ஒன்று ரூ 680 உடைய 17 சம தவணைக் கட்டணங்களாக செலுத்த வேண்டும்.

   a) 17 சம தவணைக் கட்டணங்களில் செலுத்த வேண்டிய கடன் தொகை யாது ?
   b) ஒரு மாதக்கடன் பணம் யாது ?
   c) செலுத்திய மொத்தத் தொகை யாது?
   d) மொத்த வட்டி யாது?
   e) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது ?

Scanned with CamScanner

f) மாத அலகொன்றிற்கான வட்டி யாது?

g) வருட வட்டி வீதம் எவ்வளவு ?

3. குளிர் சாதனப் பெட்டி ஒன்றின் விலை ரூபா 83 000 ஆகும். முதலில் ரூபா 23000 ஐச் செலுத்தியும். மீதியை ஒவ்வொன்றும் ரூ. 2310 படி சம தவணைக் கட்டணங்களாக 30 மாத தவணைகளுக்கு செலுத்துவதற்கு உடன்பட்டும் கொள்வனவு செய்யலாம். குறைந்து செல்லும் மீதிக்கே வட்டி கணிக்கப்படும். அறவிடப்படும் ஆண்டு வட்டி வீதம் எவ்வளவு?

4. ரூ42 000 பெறுமதியான மின் உபகரணங்களை குறைந்து செல்லும் மீதிக்கே வட்டி கணித்தல் முறையில் முதலில் ரூ12000 செலுத்தி மீதி ரூ2240 வீதம் 15 மாத தவணைகளில் செலுத்தும் ஒப்பந்தத்துடன் கொள்வனவு செய்யப்படுகிறது. வருடாந்த வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

5. நிமலன் வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூ600 000 ஐ கடனாகப் பெற்று 5 வருடங்களில் சம மாத தவணைக் கட்டணங்களாக வட்டியுடன் தவணை ஒன்றிற்கு ரூபா 13050 படி செலுத்த உடன் படுகின்றான். குறைந்து செல்லும் மீதிக்கே வட்டி கணிக்கப்படும். அறவிடப்படும் ஆண்டு வட்டி வீதம் எவ்வளவு?

கூட்டு வட்டி

உதாரணம் 1

ஆண்டுக்கு 5% கூட்டு வட்டிக்கு ரூபா 20,000 கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் 2 ஆண்டுகளின் முடிவில் செலுத்த வேண்டிய மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?

1ம் வருட வட்டி $= \frac{5}{100} \times 20000$

= ரூ. 1000

2ம் வருட கடன் தொகை = ரூ. 20000 + ரூ. 1000

= ரூ.21000

2ம் வருட வட்டி $= \frac{5}{100} \times 21000$

= ரூ. 1050

செலுத்த வேண்டிய மொத்தப் பணம் = ரூ. 21000 + ரூ. 1050

= ரூ. 22050

பயிற்சி

1. ஆண்டிற்கு 5% கூட்டுவட்டிக்கு ரூ.5000 ஐக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் ஒரு வருட இறுதியில் செலுத்தவேண்டிய வட்டி யாது?

2. ஆண்டிற்கு 12% கூட்டுவட்டிக்கு ரூ.12000 ஐக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் ஒரு வருட இறுதியில் செலுத்தவேண்டிய மொத்த தொகை யாது?

3. ஆண்டிற்கு 18% கூட்டுவட்டிக்கு ரூ.20000 ஐக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் 2 வருட இறுதியில் செலுத்தவேண்டிய மொத்த தொகை யாது?

Scanned with CamScanner

4. ஆண்டிற்கு 15% கூட்டுவட்டிக்கு ரூ.4000 ஐ நிதி வைப்புச் செய்த ஒருவருக்கு 2 வருட இறுதியில் கிடைக்கும் மொத்த தொகை யாது?

10 - பங்குச் சந்தை

பங்குகள்

கம்பனி ஒன்று தொடக்க மூலதனத்தை ஓர் அலகாகக் கருதி அதனைச் சமமாகப் பிரிக்கும் போது அதில் ஒரு பகுதி பங்கு எனப்படும்.

உதாரணமாக,

ஓர் கம்பனி அதன் ஆரம்ப மூலதனமாக ரூபா 1000000 ஐ ஒரு பங்கு ரூபா 100 படி 10000 பங்குகளாகப் பிரித்து வழங்குகின்றது எனக் கருதினால்.
இங்கு ரூபா100 என்பது அக்கம்பனியில் பங்கு ஒன்றிற்கான விலையாகவும்.
10000 என்பது பங்குகளின் எண்ணிக்கையாகவும் கருதப்படும்.

உதாரணம் 1

ஓர் கம்பனி அதன் ஆரம்ப மூலதனமாக ரூபா 1000000 ஐ ஒரு பங்கு ரூபா 100 படி 10000 பங்குகளாகப் பிரித்து வழங்குகின்றது. அமலன் இக் கம்பனியில் 500 பங்குகளை வாங்குகிறான்
அமலன் கம்பனியில் பங்குகளை வாங்கியதனால் கம்பனியில் அவர் பெற்ற உரிமையை பின்னமாகத் தருக

$$\frac{500}{10000}$$
$$= \frac{1}{20}$$

அவன் பெற்ற உரிமையை சதவீதத்தில் தருக. $\frac{1}{20} \times 100$
$= 5\%$

அமலன் கம்பனியில் முதலீடு செய்த தொகையைக் காண்க.

பங்கு ஒன்றின் விலை = ரூபா 100
கொள்வனவு செய்த பங்குகளின் எண்ணிக்கை = 500
∴ முதலீடு செய்த தொகை = ரூபா 100 X 500
= ரூபா 50000

உதாரணம் 2

கம்பனி ஒன்றின் ரூபா 20 பெறுமதியுள்ள பங்குகளை வாங்குவதற்கு ஒருவர் ரூபா 30000 ஐ முதலீடு செய்கின்றார். அவர் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?

அவர் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{30000}{20}$

= 1500 பங்குகள்

Scanned with CamScanner

பங்குகளுக்கான பங்குலாபம்

கம்பனிகள் தமது தொடக்கப் பங்குகளை வழங்கும்போது கம்பனியின் இலாபத்தில் பங்குதாரருக்கு பங்கு ஒன்றிற்கு குறிப்பிட்ட தொகையை வழங்குகின்றது இத்தொகை பங்குலாபம் எனப்படும். இத்தொகை ஓர் ஆண்டுக்கு அல்லது காலாண்டுக்கு என வரையறுக்கப்படலாம்.

உதாரணம் 1

ரூபா 6 பங்குலாபமாக வழங்கும் கம்பனியின் 1250 பங்குகளை கொள்வனவு செய்த ஒருவருக்கு ஓர் ஆண்டில் பங்குகளால் கிடைக்கும் வருமானம் யாது?

ஒரு பங்குக்கு கிடைக்கும் வருமானம் = ரூபா 6

பங்குகளால் கிடைக்கும் வருமானம் = ரூபா 6 X 1250

= ரூபா 7500

உதாரணம் 2

பங்கொன்றிற்கு ஆண்டுக்கு ரூபா 2 பங்குலாபமாக வழங்கும் நிறுவனத்தின் ரூபா 10 பெறுமதியுள்ள பங்குகளை கொள்வனவு செய்வதற்கு ஒருவர் ரூபா 40,000 ஐ முதலீடு செய்கின்றார்.

1. அவர் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?

பங்குகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{40000}{10}$

= 4000 பங்குகள்

2. அவர் பெறும் ஆண்டு வருமானம் எவ்வளவு ?

ஆண்டு வருமானம் = ரூ. 2 X 4000

= ரூ. 8000

3. பங்குலாபத்தை முதலீட்டின் சதவீதமாகத் தருக?

$\frac{8000}{40000} \times 100$

= 20%

பயிற்சி

1. பங்கொன்றிற்கு ஆண்டுக்கு ரூபா 5 பங்குலாபமாக வழங்கும் நிறுவனத்தின் ரூபா 100 பெறுமதியுள்ள பங்குகளை கொள்வனவு செய்வதற்கு ஒருவர் ரூபா 20,000 ஐ முதலீடு செய்கின்றார்.

   4. அவர் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
   5. அவர் பெறும் பங்குலாபம் எவ்வளவு ?
   6. பங்குலாபத்தை முதலீட்டின் சதவீதமாகத் தருக?

2. பங்கொன்றிற்கு ஆண்டுக்கு ரூபா 7 பங்குலாபமாக வழங்கும் நிறுவனத்தின் ரூபா 50 பெறுமதியுள்ள பங்குகளை கொள்வனவு செய்வதற்கு ஒருவர் ரூபா 160,000 ஐ முதலீடு செய்கின்றார்.

Scanned with CamScanner

7. அவர் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
8. அவர் பெறும் பங்குலாபம் எவ்வளவு ?
9. பங்குலாபத்தை முதலீட்டின் சதவீதமாகத் தருக?

பங்கு ஒன்றின் சந்தை விலை

கம்பனி ஒன்றின் பங்குகளை வைத்திருக்கும் ஒருவர் அப்பங்குகளை வேறு ஒருவருக்கு விற்க முடியும் இவ்வாறு விற்கும் பங்கு ஒன்றிற்கான விலை சந்தை விலை எனப்படும். இப் பங்கு ஒன்றின் சந்தை விலையானது கம்பனி பங்கு ஒன்றிற்கு நிர்ணயித்த விலையை விட கூடவாகவோ அல்லது குறைவாகவோ அல்லது சமனாகவோ இருக்கலாம்.

உதாரணம்

பங்கொன்றிற்கு ஆண்டுக்கு ரூபா 3.50 பங்குலாபமாக வழங்கும் நிறுவனத்தின் சந்தை விலை ரூபா 52 ஆகவுள்ள பங்குகளை கொள்வனவு செய்வதற்கு ஒருவர் ரூ. 104000 ஐ முதலீடு செய்கின்றார். அவருக்குக் கிடைக்கும் வருட வருமானம் யாது?

பங்குகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{104000}{52}$

$= 2000$

கிடைக்கும் வருட வருமானம் = ரூ. 3.50 X 2000

= ரூ. 7000

1. பங்கொன்றிற்கு ஆண்டுக்கு ரூபா 4.50 பங்குலாபமாக வழங்கும் நிறுவனத்தின் சந்தை விலை ரூபா 92 ஆகவுள்ள பங்குகளை கொள்வனவு செய்வதற்கு ஒருவர் ரூ. 59800 ஐ முதலீடு செய்கின்றார். அவருக்குக் கிடைக்கும் வருட வருமானம் யாது?

2. பங்கு ஒன்றிற்கு ஆண்டுக்கு ரூபா 5.50 பங்குலாபமாக வழங்கும் நிறுவனத்தின் சந்தை விலை ரூபா 54 ஆகவுள்ள பங்குகளை கொள்வனவு செய்த ஒருவருக்கு ஓர் ஆண்டில் பங்குலாபமாக ரூபா 2750 கிடைத்தால்

   1) அவர் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
   2) அவர் பங்குகளை கொள்வனவு செய்ய முதலீடு செய்த தொகை யாது?

3. சந்தை விலை ரூபா 17.00 ஆகவுள்ள பங்கொன்றிற்கு ஆண்டுக்கு ரூபா 3.25 பங்குலாபமாக வழங்கும் நிறுவனத்தின் பங்குகளை கொள்வனவு செய்த ஒருவருக்கு ஓர் ஆண்டில் பங்குலாபமாக ரூபா 2250 கிடைத்தால்
   1) அவர் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
   2) அவர் பங்குகளை கொள்வனவு செய்ய முதலீடு செய்த தொகை யாது?

4. ரூ. 7.00 பங்கு இலாபம் வழங்கப்படும் கம்பனி ஒன்றின் ரூ. 100 பங்குகளை வைத்திருக்கும் ஒருவர் ரூ. 6650 ஐ ஆண்டு வருமானமாகப் பெற்றார். அவர் தனது பங்குகளை விற்று ரூ99750 ஐப் பெற்றார்.
   1) அவரிடம் இருந்த பங்குகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
   2) பங்கு ஒன்றின் விற்பனை விலை எவ்வளவு?
   3) பங்குகளை விற்பதால் மூலதன இலாபம் எவ்வளவு?

Scanned with CamScanner

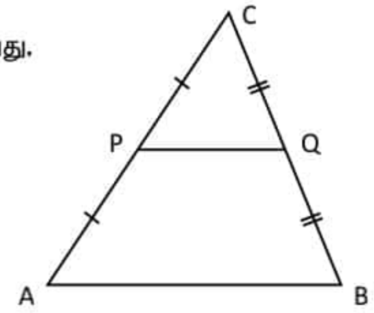
5. ரூ. 4.00 பங்கு இலாபம் வழங்கப்படும் ஒரு நிறுவனத்தின் பங்குகளை ரூ18 வீதம் வாங்குவதற்காக ஒருவர் பணத்தை முதலீடு செய்தார். அதனால் அவர் ரூ1800 ஐ வருமானமாகப் பெற்றார்
   1) அவரிடம் இருந்த பங்குகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
   2) பங்குகளை வாங்க முதலீடு செய்த தொகை எவ்வளவு?
   3) அவரது வருமானத்தை முதலீட்டின் சதவீதமாகத் தருக.

6. ஒருவர் ரூ50000 வைத்திருக்கிறார். அவர் அதன் ரூ28000ஐ கம்பனி ஒன்றின் பங்குகளை ரூ14 வீதம் வாங்க முதலீடு செய்கிறார். அந் நிறுவனம் ரூ.3 பங்கு இலாபம் வழங்குகிறது. மீதிப் பணத்தை இரண்டாவது கம்பனிப் பங்குகளை ரூ50 வீதம் வாங்க முதலீடு செய்கிறார். இரண்டாவது நிறுவனத்தின் மூலம் பெற்ற வருமானம் முதல் நிறுவனத்தின் மூலம் பெற்ற வருமானத்தை விட ரூ2480 குறைவானது.
   1) ரூ28000 முதலீடு செய்த நிறுவனத்தில் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
   2) அந்நிறுவனத்தில் அவர் பெற்ற வருமானம் எவ்வளவு?
   3) இரண்டாவது கம்பனியில் அவர் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
   4) இரண்டாவது கம்பனியில் அவர் பெற்ற வருமானம் எவ்வளவு?
   5) எந்தக் கம்பனி முதலீடு சிறந்தது?

11 - நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை தொடுக்கும் போது கிடைக்கும் கோட்டுத்துண்டம் மூன்றாவது பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாகவும் அதன் நீளத்தின் அரைவாசியாகவும் இருக்கும்.

அதாவது.



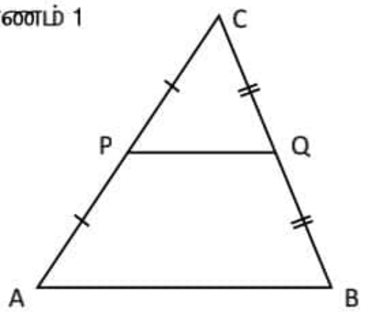
AP = PC , BQ = QC ஆயின்.

PQ // AB

PQ = $\frac{1}{2}$AB ஆகும்.

செயற்பாடு : உங்கள் புத்தகத்தில் 27ம் பக்கத்திலுள்ள செயற்பாடு 1 ஐச் செய்து பார்க்கவும்.

உதாரணம் 1



முக்கோணி ABC யில் AB = 6cm , AC = 6.4cm BC = 7cm ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

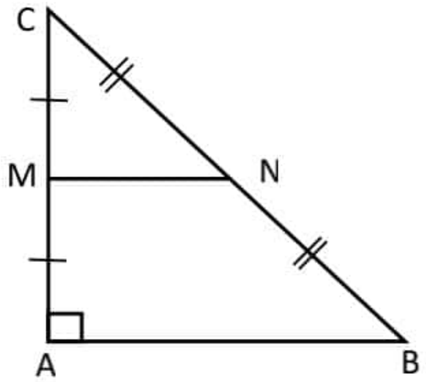
1) PQ வின் நீளம் யாது? 3cm
2) PC யின் நீளம் யாது? 3.2cm
3) CQ வின் நீளம் யாது? 3.5cm
4) முக்கோணி PQC யின் சுற்றளவு யாது?
   3cm + 3.2cm + 3.5cm

Scanned with CamScanner

= 9.7 cm

பயிற்சி

1. உருவில் AC =15cm, BC = 25cm ஆயின் MN இன் நீளத்தைக் காண்க.

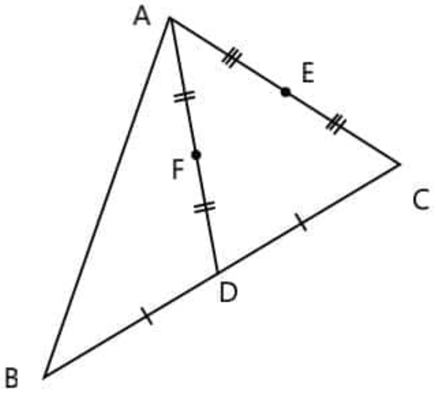


2. முக்கோணி PQR இல் X,Y என்பன முறையே PR, QR என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகளாகும். XY = 7.4 cm ஆயின் PQ வின் நீளத்தைக் காண்க.

3. ஒரு நாற்பக்கலின் நடுப்புள்ளிகளை முறையே இணைப்பதனால் உருவாகும் நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும் என நிறுவுக.

4. ஒரு சாய்சதுரத்தின் நடுப்புள்ளிகளை முறையே இணைப்பதனால் உருவாகும் நாற்பக்கல் ஓர் செவ்வகமாகும் என நிறுவுக.

5.



உருவில் காணப்படும் முக்கோணி ABC யில் AC யின் நடுப்புள்ளி E உம். BC யின் நடுப்புள்ளி D யும். AD இன் நடுப்புள்ளி F உம் ஆகும்.

1) இவ்வுருவை பிரதி செய்து G யில் சந்திக்குமாறு கோடுகள் BF ஐயும் DE ஐயும் நீட்டுக.

2) BA // DE ஆக இருப்பதற்குரிய தேற்றத்தை எழுதுக.

3) Δ AEF $\equiv$ Δ DGF எனக் காட்டுக.

4) ABDG ஓர் இணைகரமெனக் காட்டுக.

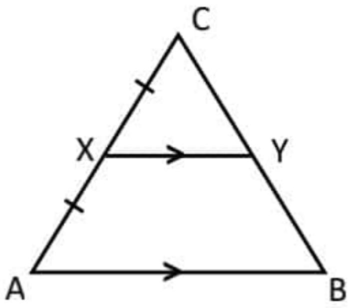
Scanned with CamScanner

5) DE = EG என நிறுவுக.

<u>நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலை</u>

ஒரு முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியினூடாக மற்றுமொரு பக்கத்திற்கு சமாந்தரமாக வரையப்படும் கோட்டினால் மூன்றாவது பக்கம் இருசம கூறிடப்படுகிறது.

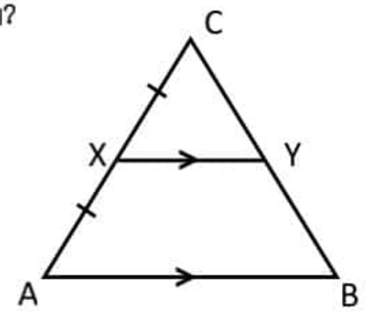
அதாவது,



AX = XC , AB // XY ஆயின் BY = YC ஆகும்

பயிற்சி

1. உருவில் BC = 16 cm ஆயின் BY இன் நீளம் யாது?



2. செயற்பாடு : உங்கள் புத்தகத்தில் 33ம் பக்கத்திலுள்ள செயற்பாடு 2 ஐச் செய்து பார்க்கவும்.
3. உங்கள் புத்தகத்தில் 35ம் பக்கத்திலுள்ள 11.3 பயிற்சியைச் செய்து பார்க்கவும்.

12 - <u>வரைபுகள்</u>

<u>நேர்கோட்டு வரைபுகள்</u>

நேர்கோட்டு வரைபின் நியம சமன்பாடு $y = mx + c$ ஆகும்.

இங்கு m என்பது படித்திறனும், c என்பது வெட்டுத்துண்டும் ஆகும்.

வரைபைப் பயன்படுத்தி ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

உதாரணம்

வரைபைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க

Scanned with CamScanner

2x + y = 7
3x + 2y = 12

விடை 2x + y = 7

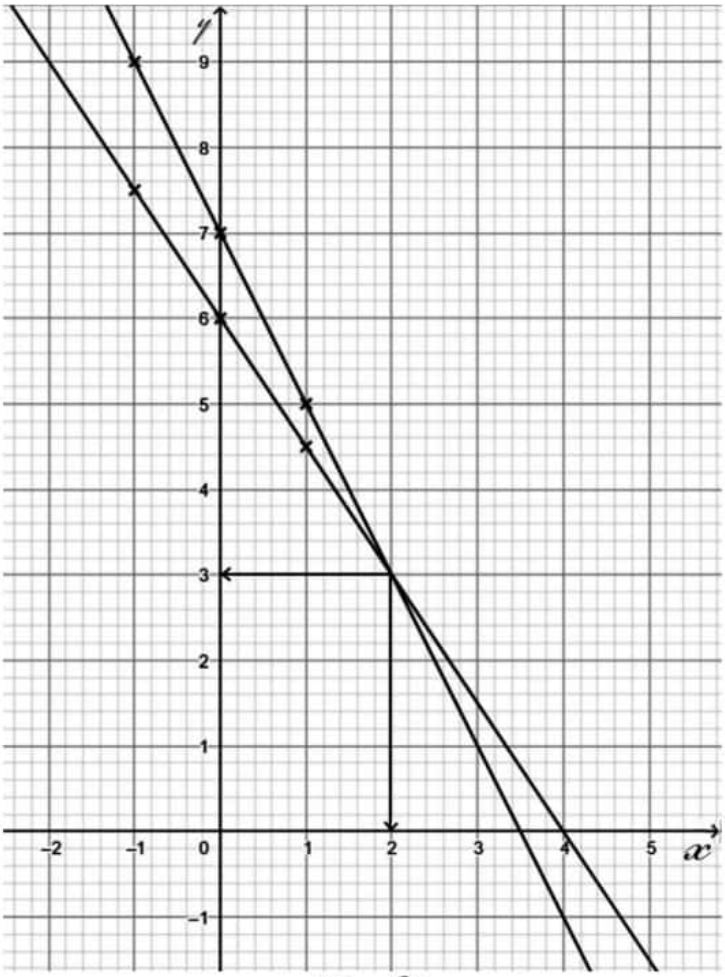
Y = -2x + 7

x	-1	0	1
y	9	7	5

3x + 2y = 12

$y = -\frac{3}{2}x + 6$

x	-1	0	1
y	7.5	6	4.5



சமன்பாட்டின் தீர்வு $\begin{pmatrix} x = 2 \\ y = 3 \end{pmatrix}$

<u>இருபடிச் சார்புகளின் வரைபுகள்</u>

உதாரணம் 1

$y = x^2 + 2x - 3$ இன் வரைபை வரைவதற்கு x, y இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணை ஒன்று கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	5	0	.....	.....	-3	0	5

Scanned with CamScanner

a) அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (பெறுமானங்களை எவ்வாறு பெற்றீரெனக் காட்டுக.)

b) x,y அச்சுக்கள் வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாக எடுத்து பொருத்தமான அச்சுக்களை வரைந்து சார்பின் வரைபினை வரைக

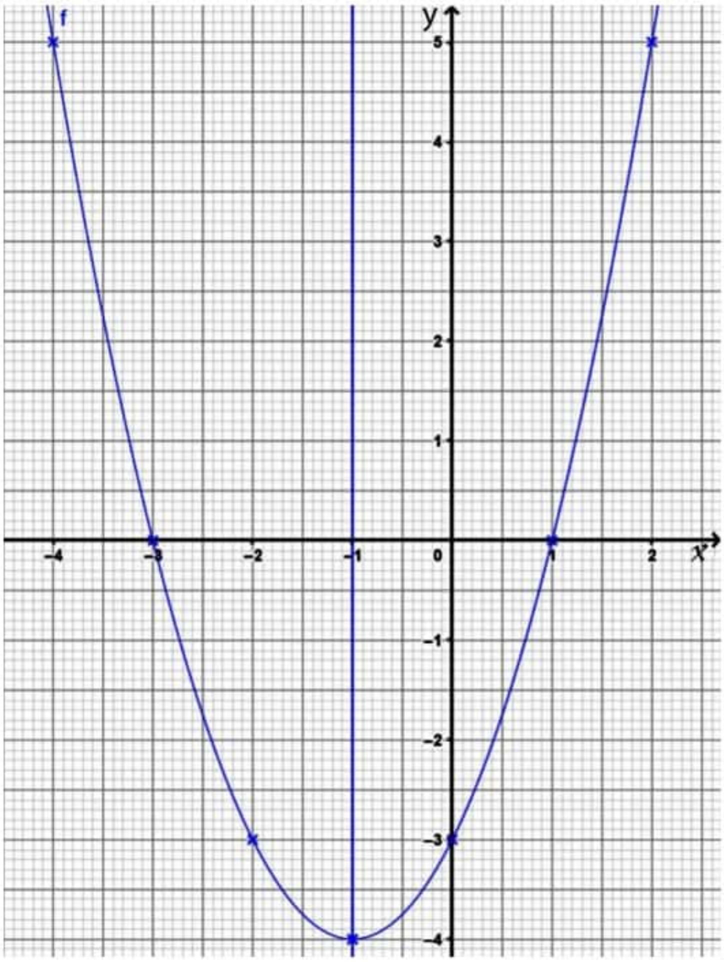
c) வரைபிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.

1) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
2) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைத் தருக.
3) சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டைத் தருக.
4) y = 0 ஆகும்போது x இன் பெறுமானங்கள் யாது?
5) சார்பு மறையாகும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
6) சார்பு நேராகும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

விடை

a) $y = x^2 + 2x - 3$

x = -2 ஆக	x = -1 ஆக
$y = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3$	$y = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3$
$y = 4 \quad -4 - 3$	$y = 1 \quad -2 - 3$
$y = -3$	$y = -4$

b) 

Scanned with CamScanner

c) 1) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் = -4

2) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறு = (-1 . -4)

3) சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = -1$

4) $x = -3$ அல்லது $x = 1$

5) $-3 < x < 1$

6) $-4 < x < -3$, $1 < x < 2$

உதாரணம் 2

சார்பு $y = 7 - (x - 1)^2$ இன் வரைபை வரைவதற்கு x, y இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணை ஒன்று கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-2	3	.....	.....	6	3	-2

a) அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (பெறுமானங்களை எவ்வாறு பெற்றீரெனக் காட்டுக.)

b) x,y அச்சுகள் வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாக எடுத்து பொருத்தமான அச்சுகளை வரைந்து சார்பின் வரைபினை வரைக

c) வரைபிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.

1) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம் யாது?

2) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைத் தருக.

3) சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டைத் தருக.

4) $y = 0$ ஆகும்போது x இன் பெறுமானங்கள் யாது?

5) சார்பு மறையாக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

6) சார்பு நேராக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

7) வரைபைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{5}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

Scanned with CamScanner

விடை

a) $y = 7 - (x - 1)^2$

x = 0 ஆக

$y = 7 - (0 - 1)^2$

$y = 7 - 1$

$y = 6$

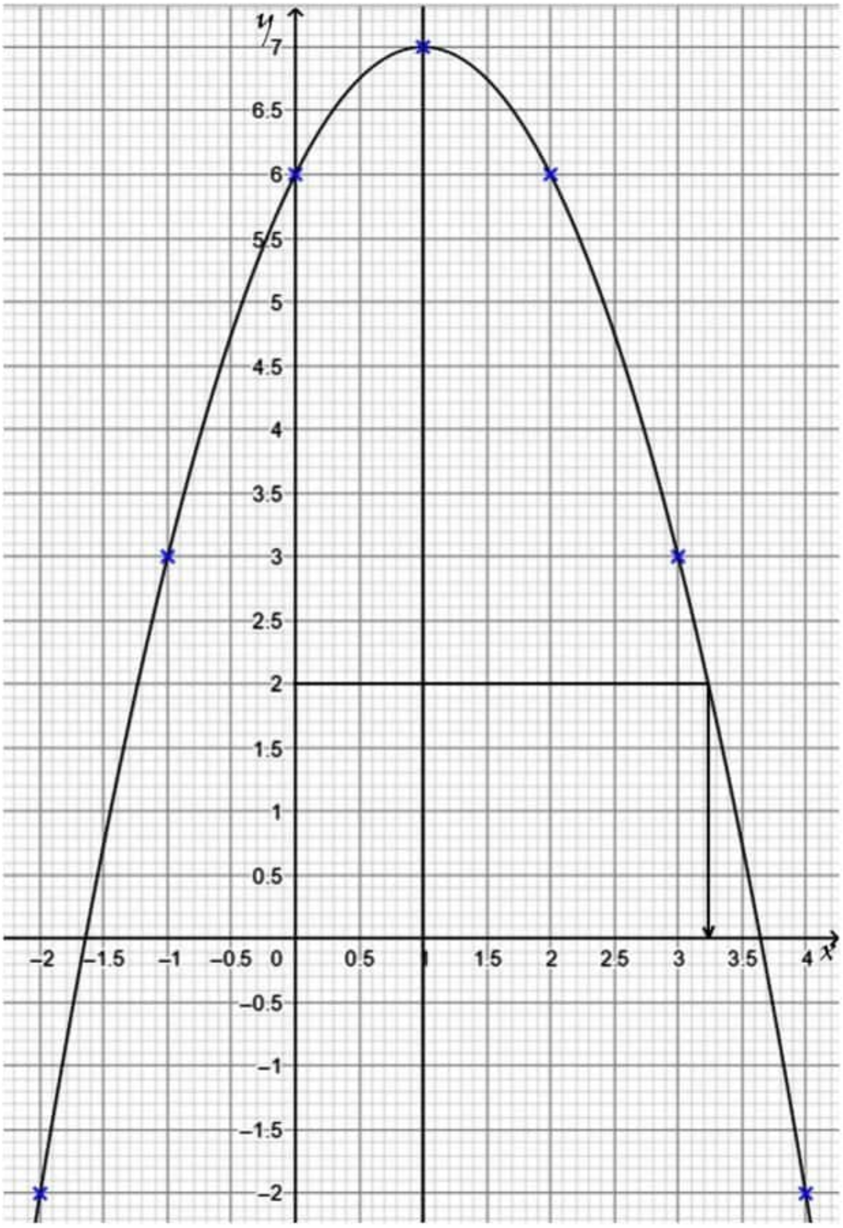
x = 1 ஆக

$y = 7 - (1 - 1)^2$

$y = 7 - 0$

$y = 7$

b)



Scanned with CamScanner

c)

1) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம் = 7
2) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் (1,7)
3) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு x = 1
4) x = -1.65 or x = 3.65
5) -2< x < -1.65, 3.65 < x < 4
6) -1.65 < x < 3.65
7) $y = 7 - (x - 1)^2$

$(x - 1)^2 = 7 - y$

$(x - 1) = \sqrt{7 - y}$

Y = 2 ஆக

$(x - 1) = \sqrt{7 - 2}$

$(x - 1) = \sqrt{5}$

$\sqrt{5} = (x - 1)$

வரையில் y = 2 ஆக x = 3.25

$\sqrt{5} = (3.25 - 1)$

ஃ $\sqrt{5} = 2.25$

பயிற்சி

1. $y = x^2 - 4x + 2$ இன் வரைபை வரைவதற்கு x, y இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணை ஒன்று கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	7	2	.....	.....	-1	2	7

1) அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (பெறுமானங்களை எவ்வாறு பெற்றீரெனக் காட்டுக.)
2) வரைபுத்தாளில் x,y அச்சுக்கள் வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாக எடுத்து பொருத்தமான அச்சுக்களை வரைந்து சார்பின் வரைபினை வரைக

3) வரைபிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.
   a) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
   b) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.
   c) சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டை எழுதுக.
   d) y = 0 ஆகும்போது x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

Scanned with CamScanner

e) சார்பு மறையாகும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

f) சார்பு நேராகும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

2. சார்பு $y = 3 - (x + 1)^2$ இன் வரைபை வரைவதற்கு x, y இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-2	-1	.....	.....	2	-1	-6

1) அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (பெறுமானங்களை எவ்வாறு பெற்றீரெனக் காட்டுக.)
2) வரைபுத்தாளில் x,y அச்சுக்கள் வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாக எடுத்து பொருத்தமான அச்சுக்களை வரைந்து சார்பின் வரைபினை வரைக
3) வரைபின் சமச்சீர் அச்சை வரைக.
4) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
5) உயர்வுப் பெறுமானம் யாது?
6) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?
7) சார்பு நேராகக் குறையும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
8) சார்பு மறையாக குறையும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
9) சார்பு மறையாக அதிகரிக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
10) வரைபைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{7}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

3. x இன் பெறுமானங்கள் சிலவற்றை ஒத்த சார்பு $y = (x - 2)^2 - 6$ இன் பெறுமானங்கள் இடம்பெறும் அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	.....	-2	-5	-6	-5	-2	.....

1) அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.
2) வரைபுத்தாளில் x,y அச்சுக்கள் வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாக எடுத்து பொருத்தமான அச்சுக்களை வரைந்து சார்பின் வரைபினை வரைக
3) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு யாது?
4) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
5) சார்பு நேராகக் குறையும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
6) சார்பு மறையாக குறையும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
7) சார்பு மறையாக அதிகரிக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
8) சார்பு நேராக அதிகரிக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

Scanned with CamScanner

9) சமன்பாடு $(x-2)^2 - 6 = 0$ இன் மூலங்களை ஓர் தசமதானத்திற்கு திருத்தமாகக் காண்க

4. சார்பு $y = 5 - (x + 3)^2$ இன் வரைபை வரைவதற்கு x, y இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணை ஒன்று கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
y	-4	1	.....	.....	4	1	-4

d) அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (பெறுமானங்களை எவ்வாறு பெற்றீரெனக் காட்டுக.)

e) x,y அச்சுக்கள் வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாக எடுத்து பொருத்தமான அச்சுக்களை வரைந்து சார்பின் வரைபினை வரைக

f) வரைபிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.
1) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம் யாது?
2) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைத் தருக.
3) சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டைத் தருக.
4) $y = 0$ ஆகும்போது x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
5) சார்பு மறையாக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
6) சார்பு நேராக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
7) வரைபைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{3}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

5. சார்பு $y = (x+3)(x-1)$ இன் வரைபை வரைவதற்கு x, y இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணை ஒன்று கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	5	0	-3	.....	.....	0	5

a) அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (பெறுமானங்களை எவ்வாறு பெற்றீரெனக் காட்டுக.)

b) x,y அச்சுக்கள் வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாக எடுத்து பொருத்தமான அச்சுக்களை வரைந்து சார்பின் வரைபினை வரைக

c) வரைபிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.
1) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
2) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைத் தருக.
3) சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டைத் தருக.
4) சார்பு மறையாக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
5) சார்பு நேராக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

Scanned with CamScanner

6. $y = 1 + 2x - x^2$ இன் வரைபை வரைவதற்கு x, y இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணை ஒன்று கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-7	-2	.....	.....	1	-2	-7

1) அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (பெறுமானங்களை எவ்வாறு பெற்றீரெனக் காட்டுக.)

2) வரைபுத்தாளில் x,y அச்சுக்கள் வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாக எடுத்து பொருத்தமான அச்சுக்களை வரைந்து சார்பின் வரைபினை வரைக

3) வரைபிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.

a) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?

b) திரும்பற்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

c) சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டை எழுதுக.

d) y = 0 ஆகும்போது x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

e) சார்பு மறையாகும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

f) சார்பு நேராகும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

13 - சமன்பாடுகள்

இவ் அலகு,

- விகிதமுறும் குணகங்களைக் கொண்ட ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல், தீர்த்தல்
- இருபடிச்சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்
    - காரணிப்படுத்தல்
    - வர்க்கபூர்த்தியாக்கல்
    - சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தல்

என்னும் விடயப் பரப்புகளை உள்ளடக்கியது.

Scanned with CamScanner

ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

வகை I

குணகங்கள் சமனாகவும் சம குறியீடுகளையும் கொண்ட சமன்பாடுகள்

1. $3a + b = 7 \longrightarrow (1)$

$a + b = 5 \longrightarrow (2)$

$(1) - (2) \longrightarrow 2a = 2$

$a = 1$

$a = 1$ ஐ சமன்பாடு 2 இல் பிரதியிட

$1 + b = 5$

$b = 4$

2. $p + 5q = 17$
   $p + 3q = 11$
3. $3a - 5b = 9$
   $2a - 5b = 1$
4. $2x + y = 5$
   $x + y = 3$

வகை II

குணகங்கள் சமனாகவும் எதிர்க் குறியீடுகளையும் கொண்ட சமன்பாடுகள்

1. $2a + b = 7 \longrightarrow (1)$

$a - b = 2 \longrightarrow (2)$

$(1) + (2) \longrightarrow 3a = 9$

$a = 3$

$a = 3$ ஐ சமன்பாடு 2 இல் பிரதியிட

$3 - b = 2$

$b = 1$

2. $3x + 2y = 31$
   $x - 2y = -3$
3. $5p - 3q = 14$
   $2p + 3q = 14$
4. $m + 4n = 23$
   $-m + 2n = 7$

வகை III

யாதாயினும் ஒரு சமன்பாட்டை மாறிலியால் பெருக்குவதன் மூலம் குணகங்களை சமப்படுத்தல்

$2a + b = 7 \longrightarrow (1)$

$3a + 2b = 11 \longrightarrow (2)$

$(1) \times 2 \longrightarrow 4a + 2b = 14 \longrightarrow (3)$

$(3) - (2) \longrightarrow a = 3$

$a = 3$ ஐ சமன்பாடு 1 இல் பிரதியிட

$6 + b = 7$

$b = 1$

Scanned with CamScanner

1. $7m - 3n = 1$
   $2m - n = 0$
2. $5a + 2b = 22$
   $a - b = 3$
3. $4x + y = 13$
   $3x + 2y = 16$

வகை IV

குணகங்களை சமப்படுத்துவதற்காக பொது மடங்கு வருமாறு பெருக்குதல்

1. $3x + 2y = 7 \longrightarrow (1)$
   $2x + 3y = 8 \longrightarrow (2)$

$(1) \times 2 \longrightarrow 6x + 4y = 14 \longrightarrow (3)$

$(2) \times 3 \longrightarrow 6x + 9y = 24 \longrightarrow (4)$

$(4) - (3) \longrightarrow 5y = 10$

$y = 2$

$y = 2$ ஐ சமன்பாடு 1 இல் பிரதியிட

$3x + 4 = 7$, $x = 1$

2. $2x + 5y = 30$
   $3x + 2y = 34$
3. $7x - 3y = 15$
   $3x + 2y = 13$

வர்க்க பூர்த்தியாக்கல் மூலம் இருபடிச்சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

வர்க்கபூர்த்தியாக்கல் மூலம் இருபடிச்சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கு $x^2 + 6x$ என்ற ஒரு கோவையை நிறைவர்க்கமாக்கும் முறையை மீட்டுப்பார்க்க வேண்டும்.

அதாவது $x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2$ என சேர்க்கப்படும் போது கோவை $\left(x + \frac{6}{2}\right)^2$ என நிறைவர்க்கமாகின்றது.

Scanned with CamScanner

$x^2 + 4x + 2^2 = 12 + 2^2$
$(x+2)^2 = 16$
$x + 2 = \pm\sqrt{16} = \pm 4$
$x = \pm 4 - 2$
தீர்வுகள் : $x = 4 - 2 = 2$ அல்லது $x = -4 - 2 = -6$

பயிற்சி

1. $x^2 + 6x - 16 = 0$
2. $x^2 + 2x - 8 = 0$

சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இருபடிச்சமன்பாட்டைத் தீர்த்தல்

இருபடிச்சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $ax^2 + bx + c = 0$ ஆகவுள்ள போதுஅதன் தீர்வுகள் $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ என்னும் வடிவில் இருக்கும்.
இங்கு a என்பது x^2 இன் குணகம்
b என்பது x இன் குணகம்
c என்பது மாறா உறுப்பு

உதாரணம் :
$x^2 + 5x - 6 = 0$
இங்கு $a = 1, b = 5, c = -6$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$
$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - (-24)}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2}$
$x = \frac{-5 \pm 7}{2}$
தீர்வுகள் $x = \frac{-5+7}{2} = \frac{2}{2} = 1$ அல்லது $x = \frac{-5-7}{2} = \frac{-12}{2} = -6$ ஆகும்.

பயிற்சி :

- இலவசப் பாடநூல் கணிதம் - பக்கம் 80
- 2018 (O/L) பகுதி $II - 2$
- 2017 (O/L) பகுதி $II - 6$

14 - இயல்பொத்த முக்கோணிகள்

இவ் அலகு,

- விகிதசமத்தேற்றமும் அதன் மறுதலைத் தேற்றமும்
- இயல்பொத்த முக்கோணத் தேற்றமும் அதன் மறுதலைத் தேற்றமும்

ஆகிய பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
இக்கையேட்டில் இத்தேற்றங்களுடன் தொடர்புடைய கணித்தல்கள் கூடுதலாக இடம்பெற்றுள்ளது.

Scanned with CamScanner

பக்கங்களுக்கிடையிலான விகிதம்

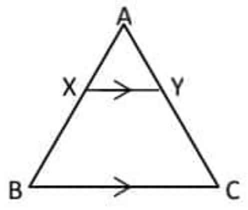
$XZ = 3cm, YZ = 4cm$ ஆகுமாறு XY இன் மீது Z அமைந்துள்ளது.

இங்கு $XZ: ZY = 3:4 , XZ: XY = 3:7$ என எழுதப்படும்.

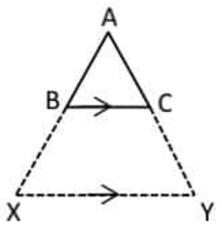
அத்துடன் $\frac{XZ}{ZY} = \frac{3}{4}$, $\frac{XZ}{XY} = \frac{3}{7}$ எனவும் எழுதப்படும்.

தேற்றம் :

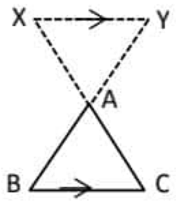
ஒரு முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாக வரையும் கோட்டினால் எஞ்சிய இரு பக்கங்களும் விகிதசமமாகப் பிரிக்கப்படும்.



உரு 1



உரு 2



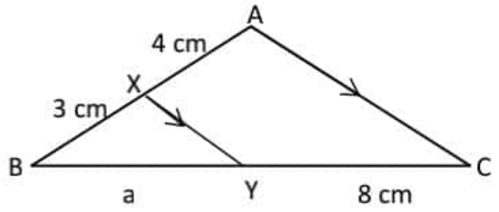
உரு 3

உரு 1 இல் BC இற்குசமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு XY ஆனது AB, AC ஆகிய பக்கங்களை அகமாகப் பிரிக்கின்றது.

உருக்கள் 2, 3 இல் BC இற்கு சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு XY ஆனது AB, AC ஆகிய பக்கங்களை புறமாகப் பிரிக்கின்றது.

$\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}$ என்பது தரப்பட்ட மூன்று உருக்களுக்கும் பொருத்தமாக அமையும்.

உதாரணம் 1 :



தேற்றப்படி :

$$\frac{AX}{XB} = \frac{CY}{YB}$$

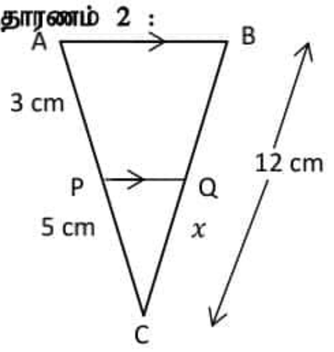
$$\frac{4}{3} = \frac{8}{a}$$

$$4a = 24$$

$$a = 6\ cm$$

பயிற்சி : பாடப்புத்தகம் பக்கம் 88 – (i), (iii)

உதாரணம் 2 :



தேற்றப்படி :

$\frac{CP}{CA} = \frac{CQ}{CB}$ ஆகும்.

$$\frac{5}{8} = \frac{x}{12}$$

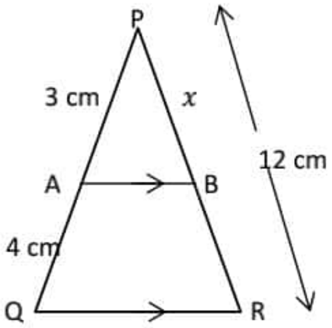
$$8x = 60$$

$$x = 7.5\ cm$$

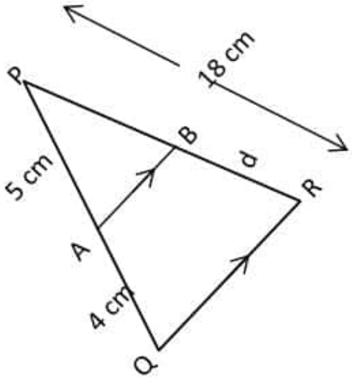
Scanned with CamScanner

பயிற்சி :

1.



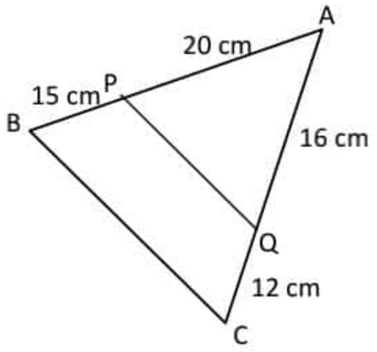
2.



தேற்றத்தின் மறுதலை :

நேர்கோடு ஒன்று முக்கோணியொன்றின் பக்கங்களை விகிதசமமாகப் பிரிக்குமாயின் அந்நேர்கோடு எஞ்சிய பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாகும்.

பயிற்சி :



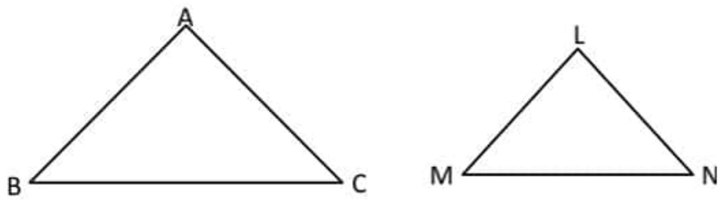
உருவில் தரப்பட்ட தரவுகளின் படி PQ, BC என்பன சமாந்தரமானவை எனக்காட்டுக.

இயல்பொத்த உருவங்கள்

- பல்கோணிகள் இரண்டின் கோணங்கள் சமனாகவும், ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமனாகவும் காணப்படின் அவை இயல்பொத்த உருவங்கள் எனப்படும்.
- சமகோணமானவை, இயல்பொத்தவை என்னும் கருத்து முக்கோணிகளைப் பொறுத்தவரை ஒரே மாதிரியானது.

இயல்பொத்த முக்கோணத் தேற்றம்

இரண்டு முக்கோணிகள் சமகோணமுடையவை ஆயின் அம்முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமமானவை ஆகும்.

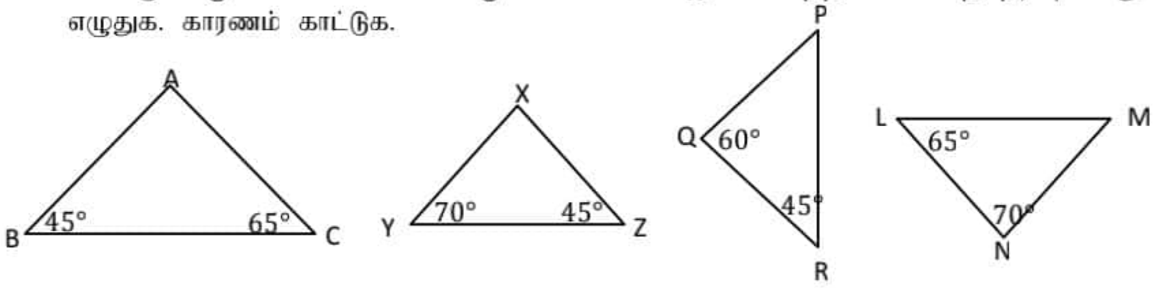


அதாவது $\hat{A} = \hat{L}, \hat{B} = \hat{M}, \hat{C} = \hat{N}$ ஆயின் $\frac{AB}{LM} = \frac{AC}{LN} = \frac{BC}{MN}$ ஆகும்.

Scanned with CamScanner

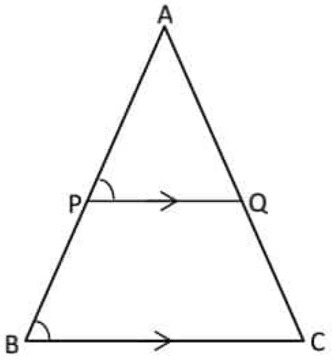
பயிற்சி :

1. பின்வரும் முக்கோணிகளில் எம்முக்கோணிகள் இயல்பொத்தவை எனத்தெரிவுசெய்து எழுதுக. காரணம் காட்டுக.

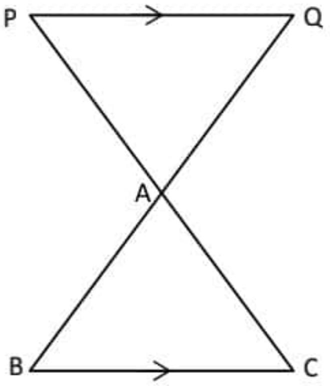


2. இலவசபாட நூல் - பக்கம் 101, பயிற்சி (i) , (ii) , (iii) , (iv)

உதாரணம் :



உரு 1



உரு 2

இங்கு $\Delta ABC, \Delta APQ$ என்பன இயல்பொத்தவை ஆகும்.

உரு 1 இன் $\Delta ABC, \Delta APQ$ என்பவற்றில்,

$A\hat{B}C = A\hat{P}Q$ (ஒத்த கோணம்)

$A\hat{C}B = A\hat{Q}P$ (ஒத்த கோணம்)

$B\hat{A}C = P\hat{A}Q$ (பொதுவானது)

$\therefore$ $\Delta ABC, \Delta APQ$ என்பவை இயல்பொத்தவை.

உரு 2 இன் $\Delta ABC, \Delta APQ$ என்பவற்றில்,

$A\hat{B}C = A\hat{Q}P$ (ஒன்றுவிட்ட கோணம்)

$A\hat{C}B = A\hat{P}Q$ (ஒன்றுவிட்ட கோணம்)

$B\hat{A}C = P\hat{A}Q$ (குத்தெதிர் கோணம்)

$\therefore$ $\Delta ABC, \Delta APQ$ என்பவை இயல்பொத்தவை.

Scanned with CamScanner

பயிற்சி :

பக்கம் 101, வினா இல 2 இன் (i) , (iv) , (v)

இயல்பொத்த முக்கோணத் தேற்றத்தின் மறுதலை

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் இன்னொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் விகிதசமனாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் இயல்பொத்தவை ஆகும்.

உதாரணம் :

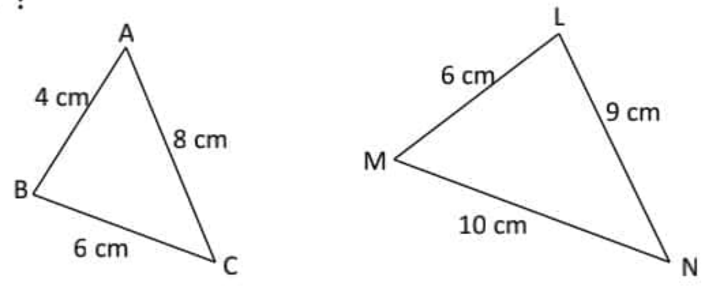
$\frac{AB}{PQ} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$\frac{AC}{PR} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\frac{BC}{QR} = \frac{4.5}{9} = \frac{1}{2}$

இங்கு பக்கங்களுக்கிடையிலான விகிதங்கள் சமனாக அமைவதால் $\Delta ABC, \Delta PQR$ என்பன இயல்பொத்தவை ஆகும்.

பயிற்சி :



$\Delta ABC, \Delta LMN$ என்பன இயல்பொத்தவை எனக் காரணங்களுடன் காட்டுக.

15 - <u>தரவுகளை வகைக்குறித்தல்</u>

இவ் அலகு,

- வகுப்பு எல்லை, வரைப்பு
- வலையுரு வரையம்
- மீடிறன் பல்கோணி
- திரள் மீடிறன் வளையி
- காலணைகள்

என்னும் எண்ணக்கருக்களை உள்ளடக்கியது.

க.பொ.த(சா/த) வினாப்பத்திரத்தில் பகுதி IA யில் ஒரு வினாவும் பகுதி IB யில் ஒரு வினாவும் இவ்வலகுகளிலிருந்து உள்ளடக்கப்படுகின்றது.

Scanned with CamScanner

வகுப்பு எல்லை, வகுப்பு வரைப்பு

$1-5, 6-10, 11-15$ என்பன கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதி ஒன்றின் சில வகுப்பாயிடைகளாகும். இதில் $6-10$ என்னும் வகுப்பாயிடையின் எல்லை என்பது $6-10$, வரைப்பு $5.5-10.5$ ஆகும்.

கூட்டமாக்கப்பட்ட ஒரு பரம்பலின் வலையுரு வரையம்

கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றின் ஒவ்வொரு வகுப்பிற்கும் அவ்வகுப்பின் மீடிறனுக்கும் விகிதசமனான உயரத்தையுடைய செவ்வகங்கள் வரைவதன் மூலம் வலையுரு வரையம் கிடைக்கிறது. வலையுரு வரையமானது நிரல் வரையில் இருந்து வேறுபடுவது எவ்வாறெனில் செவ்வக நிரல்கள் இடைவெளியின்றி ஒன்றோடொன்று தொடர்ந்து இருப்பதாகும். வலையுரு வரைய செவ்வகங்களின் பரப்பளவானது முழு மீடிறன்களின் கூட்டுத்தொகை விகிதசமமாகும்.

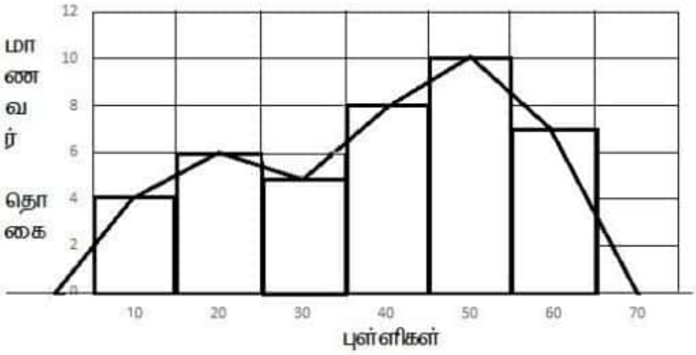
x அச்சில் ஈட்டும் y அச்சில் மீடிறனும் குறிக்கப்படும்.

சம வகுப்பாயிடை கொண்ட மீடிறன் பரம்பலுக்குரிய வலையுரு வரைய சலாகைகளின் அகலம் சமமாக இருக்கும்.

உதாரணம் 1 :
வகுப்பு ஒன்றில் 40 மாணவர்கள் கணிதத்தில் பெற்ற புள்ளிகள் வருமாறு :

வகுப்பாயிடை புள்ளிகள்	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
மாணவர் எண்ணிக்கை (மீடிறன்)	4	6	5	8	10	7

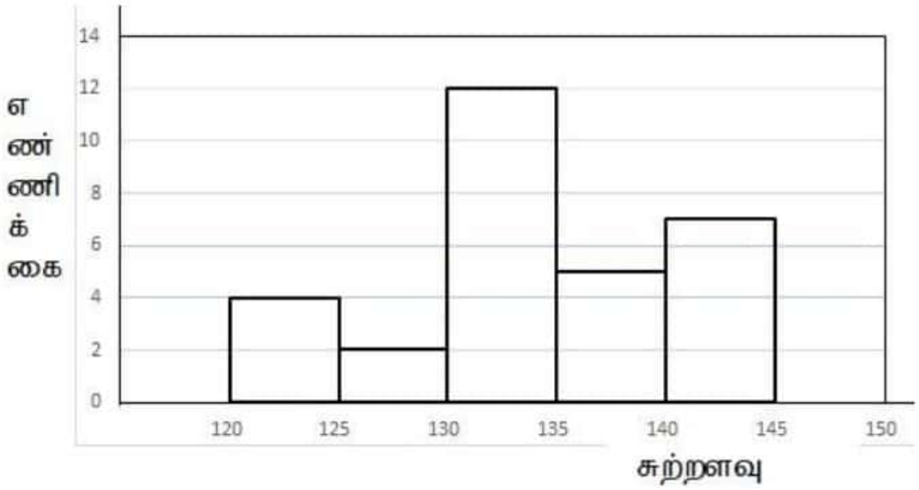
வலையுரு வரையத்தை அமைக்குக.



உதாரணம் 2 :
பின்வரும் தகவலுக்கமைய வலையுரு வரையத்தை வரைக.
30 மரங்களின் சுற்றளவு தொடர்பான தகவல் வருமாறு :

சுற்றளவு cm	120 – 125	125 – 130	130 – 135	135 – 140	140 – 145
மரங்களின் எண்ணிக்கை (மீடிறன்)	4	6	5	8	10

Scanned with CamScanner



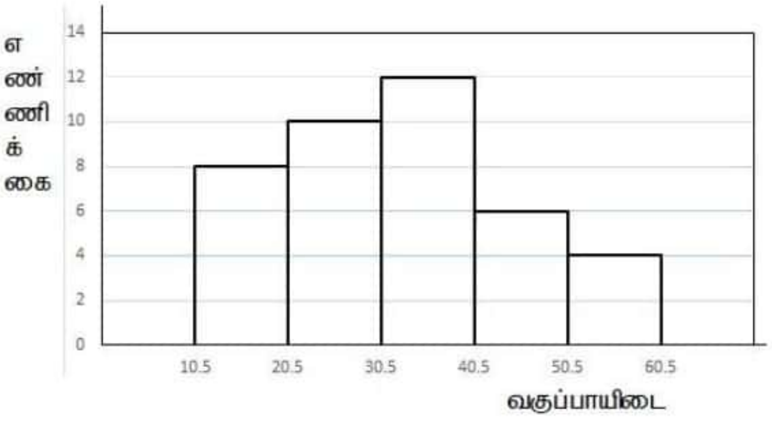
உதாரணம் 3 :

தரப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலுக்கமைய வலையுரு வரையம் வரைக.

வகுப்பாயிடை	11 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50	51 – 60
மீடிறன்	8	10	12	6	4

11 – 20 மேல் எல்லை 20.5, கீழ் எல்லை 10.5

வகுப்பாயிடை	10.5 – 20.5	20.5 – 30.5	30.5 – 40.5	40.5 – 50.5	50.5 – 60.5
மீடிறன்	8	10	12	6	4



பயிற்சி :

1. உயர்புள்ளி 50 ஆகவுள்ள கணித வினாத்தாள் ஒன்றிலே 40 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் மீடிறன் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. இதற்கான வலையுரு வரையத்தை வரைக.

வகுப்பாயிடை	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
மீடிறன் f	8	10	14	6	2

2. சந்தையில் 60 நாட்கள் விற்பனை செய்யப்பட்ட கத்தரிக்காய்களின் நிறை தொடர்பான தகவலை பின்வரும் அட்டவணை காட்டுகின்றது. இதனை வலையுரு வரையத்தில் காட்டுக.

நிறை kg	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
மீடிறன் f	11	18	9	10	12

Scanned with CamScanner

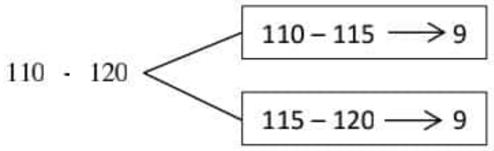
சமமற்ற வகுப்புப் பருமன்களைக் கொண்ட பரம்பலொன்றிற்கான வலையுரு வரையம் வரைதல்

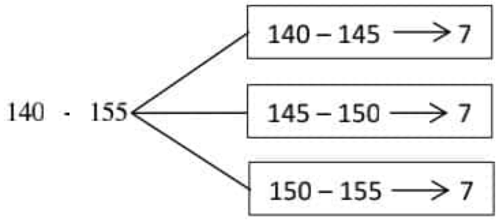
உதாரணம் 1 :

இத்தகவல்களை வலையுரு வரையம் ஒன்றில் காட்டுக.

நேரம்	110 – 120	120 – 125	125 – 130	130 – 135	135 – 140	140 – 155
மீடிறன்	18	10	12	20	15	21

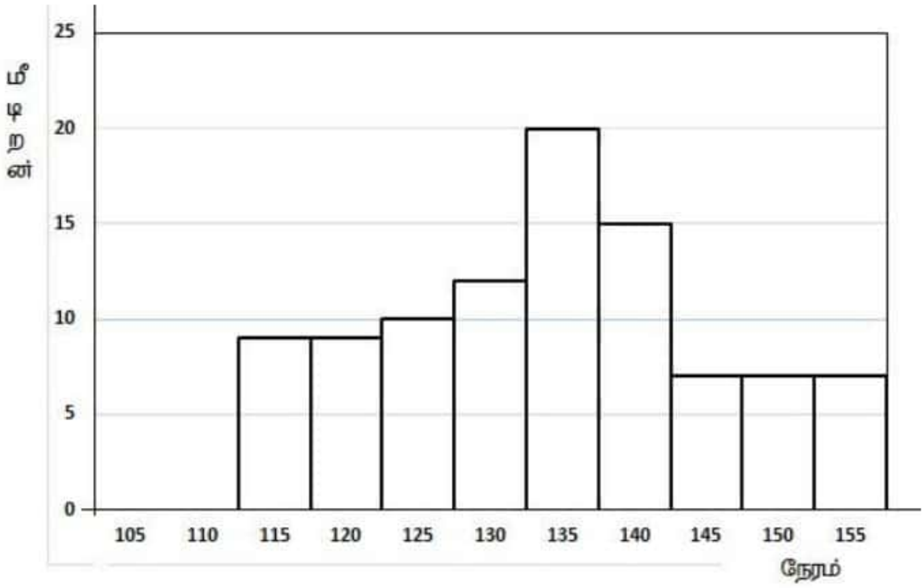
இங்கு வகுப்பாயிடைகள் சமனற்று உள்ளன.





அட்டவணையை மீள அமைத்தல்

நேரம்	110 – 115	115 – 120	120 – 125	125 – 130	130 – 135	135 – 140	140 – 145	145 – 150	150 – 155
மீடிறன்	9	9	10	12	20	15	7	7	7



பயிற்சி :

1. கீழே தரப்பட்ட தரவுக்கு வலையுரு வரையம் வரைக.

நீளம் cm	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 35
மீடிறன்	3	5	10	7	20

Scanned with CamScanner

2. தரம் 9 மாணவர்களது உயரங்கள் தொடர்பான அட்டவணை வருமாறு :

உயரம் cm	100 − 125	125 − 130	130 − 135	135 − 140	140 − 150
எண்ணிக்கை	18	10	12	20	30

i. எத்தனை மாணவர்களது உயரம் பற்றிய தரவு பெறப்பட்டுள்ளது?
ii. 140 − 145 வகுப்பாயிடையில் எத்தனை மாணவர்கள் அடங்குகிறார்கள்?
iii. வலையுரு வரையத்தை வரைக.

3. அரச தொடர்மாடித் தொகுதி ஒன்றில் வசிக்கும் நபர்களின் வயது பற்றிய விபரங்கள் கீழேயுள்ள வலையுரு வரையம் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளது.
   i. ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்பட்டவர்களின் வயதின் வீச்சு யாது?
   ii. ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்பட்டவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?
   iii. இதற்கான மீடிறன் அட்டவணையைத் தயாரிக்குக.

மீடிறன் பல்கோணி

வரையும் முறை

வலையுரு வரையத்தின் செவ்வக நிரல்களின் மேலுள்ள கிடைப்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளிகளை இணைப்பதன் மூலம் மீடிறன் பல்கோணி வரையலாம்.

வலையுரு வரைய செவ்வக நிரல்களில் முதலாவது செவ்வக நிரலின் வகுப்பின் பருமனுக்குச் சமனான வகுப்பு ஆரம்பத்தில் உண்டு எனக்கருதி அவ்வகுப்பின் நடுப்பெறுமானம் குறிக்கும் புள்ளி ஆரம்பப்புள்ளி.

வலையுரு வரையத்தை வரைந்து பின் மேற்குறித்தவாறு ஆரம்பப்புள்ளி, செவ்வக நிரல்களின் மேலுள்ள கிடைப்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளி, இறுதிப்புள்ளி என்பவற்றை இணைத்து மீடிறன் பல்கோணி வரையப்படும்.

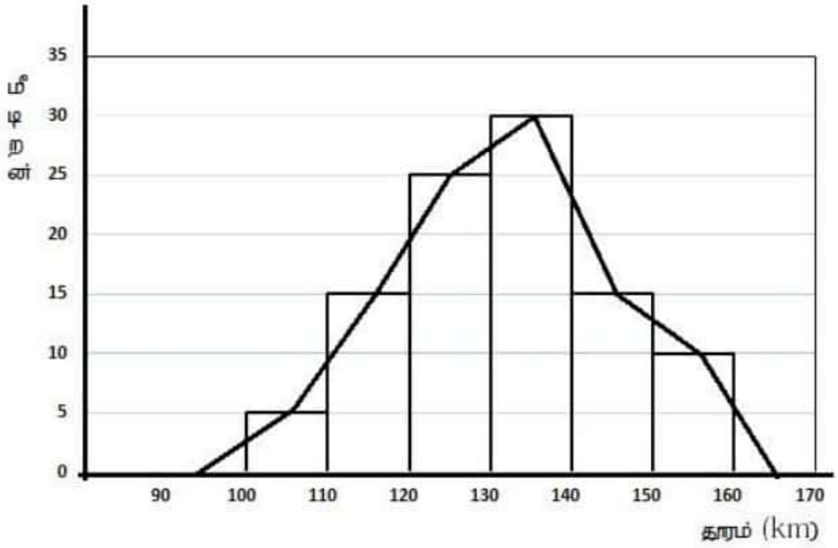
ஒவ்வொரு வகுப்பினதும் நடுப்பெறுமானத்தையும் அதற்கு ஒத்த மீடிறனையும் உபயோகித்தும் மீடிறன் பல்கோணி வரையலாம்.

உதாரணம் 1 :

தூரம் km	100 − 110	110 − 120	120 − 130	130 − 140	140 − 150	150 − 160
மீடிறன்	5	15	25	30	15	10

இதற்கான மீடிறன் பல்கோணியை அமைக்குக.

Scanned with CamScanner



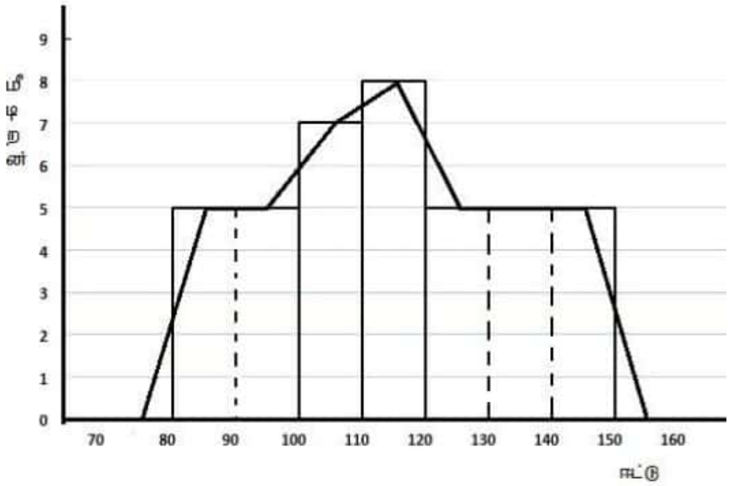
உதாரணம் 2: சமமற்ற வகுப்பாயிடை

கீழே தரப்பட்ட பரம்பலுக்கான அட்டவணையை உபயோகித்து மீடிறன் பல்கோணியை வரைக.

ஈட்டு	80 – 100	100 – 110	110 – 120	120 – 150
மீடிறன்	10	7	8	15

திருத்திய அட்டவணை

ஈட்டு	80 – 90	90 – 100	100 – 110	110 – 120	120 – 130	130 – 140	140 – 150
மீடிறன்	5	5	7	8	5	5	5



பயிற்சி :

1.

வகுப்பு	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
மீடிறன்	3	5	8	4	2	1

மேலே தரப்பட்ட தரவுகளுக்கமைய,

i. வலையுரு வரையத்தை வரைக.

ii. வலையுரு வரையத்தைக் கொண்டு மீடிறன் பல்கோணியை வரைக.

Scanned with CamScanner

2. குறித்த ஓர் பிரதேசத்தில் வசிக்கும் 40 நபர்களின் வயது தொடர்பாகப் பெற்றுக்கொண்ட தரவுகளின் அடிப்படையில் தயாரிக்கப்பட்ட பூரணப்படுத்தப்படாத அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

வகுப்பாயிடை	0 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 80
மீடிறன்	10	5	…….	5	12

i. அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.
ii. வலையுரு வரையத்தை வரைக.
iii. மீடிறன் பல்கோணியை வரைக.
iv. வலையுரு வரையம் x அச்சுடன் அமைக்கும் பரப்பளவிற்கும் மீடிறன் பல்கோணி x அச்சுடன் அமைக்கும் பரப்பளவிற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?
v. 30 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்களின் எண்ணிக்கையை ஆய்வுக்குட்படுத்தப்பட்டவர்களின் எண்ணிக்கையின் சதவீதமாகத் தருக.

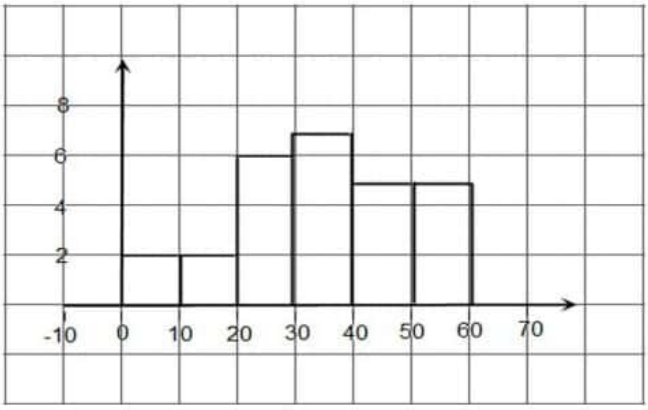
3. வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானத்தைக் கொண்டு மீடிறன் பல்கோணியை அமைக்குக.

வகுப்பாயிடை	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
மீடிறன்	3	5	8	4	2	1

4. வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானத்தைக் கொண்டு மீடிறன் பல்கோணியை அமைக்குக.

வகுப்பாயிடை	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 - 120
மீடிறன்	3	5	8	4	21

5. 2019 O/L பகுதி I B - 4 ம் வினா
6. கீழே தரப்பட்டுள்ள வலையுரு வரையத்தை அவதானித்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.
   i. 0 – 20 ஆயிடையில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?
   ii. ஆகார வகுப்பாயிடை எது?
   iii. மேலுள்ள வலையுரு வரையத்திற்குரிய மீடிறன் அட்டவணையைத் தயாரிக்குக.
   iv. இவ் ஆய்வில் ஈடுபடுத்தப்பட்ட மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?
   v. மீடிறன் பல்கோணியை வரைக.



Scanned with CamScanner

திரள் மீடிறன் வளையி

கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளின் காலணை, காலணை இடைவீச்சு என்பவற்றைக் கணிப்பதற்கு திரள்மீடிறன் வளையியைப் பயன்படுத்த முடியும்.

வகுப்பாயிடை	பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை (மீடிறன்)	திரள் மீடிறன்	ஆள்கூறு
0 − 10	4	4	(10,4)
10 − 20	6	10	(20,10)
20 − 30	10	20	(30,20)
30 − 40	8	28	(40,28)
40 − 50	4	32	(50,32)

முதலாம் காலணை $Q_1 = \frac{1}{4} \times 32$ ஆவது இடம் $= 8$ ஆவது இடம் $= 16$

இரண்டாம் காலணை $Q_2 = \frac{1}{2} \times 32$ ஆவது இடம் $= 16$ ஆவது இடம் $= 28$

மூன்றாம் காலணை $Q_3 = \frac{3}{4} \times 32$ ஆவது இடம் $= 24$ ஆவது இடம் $= 35$

காலணை இடை வீச்சு $= Q_3 - Q_1$

$= 35 - 16$

$= 19$

$Q_1 = \frac{1}{4}(n+1)$ ஆவது ஈட்டு. இங்கு $n < 30$

$Q_1 = \frac{1}{4}n$ ஆவது ஈட்டு. இங்கு $n > 30$

பயிற்சி :

1. மாதாந்தப் பரீட்சையின் போது தரம் 11 மாணவர் பெற்ற கணித பாடப்புள்ளிகள் வருமாறு:

புள்ளிகளின் வகுப்பாயிடை	0 − 15	15 − 30	30 − 45	45 − 60	60 − 75	75 − 90
பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை	6	12	8	18	12	4

   i. திரள் மீடிறன் அட்டவணையைத் தயாரிக்குக.
   ii. திரள் மீடிறன் வளையியை வரைக.
   iii. திரள் மீடிறன் வளையியில் இருந்து,
      a. முதலாம் காலணை
      b. இரண்டாம் காலணை
      c. மூன்றாம் காலணை
      d. காலணை இடை வீச்சு என்பவற்றைக் காண்க.

2. 2018 O/L பகுதி I B - 5 ம் வினா

16 <u>பெருக்கல் விருத்தி</u>

1.0 அறிமுகம்

க.பொ.த (சா/த) வகுப்புக்குரிய கணிதபாட வினாத்தாள் பகுதி I A யில் பெருக்கல் விருத்தியில் ஒரு வினாவும் (2 புள்ளிகள்), பகுதி II B யில் கூட்டல் விருத்தி, பெருக்கல் விருத்தி ஆகியன

Scanned with CamScanner

இணைந்த ஒரு வினாவும் (10 புள்ளிகள்) கொண்டதாக (ஆகக்கூடியதாக 12 புள்ளிகளை) அமைந்திருக்கும்.

இவ்விரண்டு அலகுகளையும் ஒப்பிட்டுக் கற்பதனூடாக விடயப்பரப்பை இலகுவாக விளங்கிக் கொள்ள முடியும். சூத்திரங்களை ஞாபகத்தில் வைத்திருக்க முடியும். இப்பாட அலகுகளில் நன்கு தேர்ச்சி பெறுவதற்கு திசைகொண்ட எண்கள், பின்னங்கள், சுட்டிகள் என்பன தொடர்பான முன்னறிவு அவசியம்.

2.0 பெருக்கல் விருத்தி

எந்தவோர் உறுப்பும் மாறாப் பெறுமானம் ஒன்றினால் பெருக்கப்பட்டு அடுத்த உறுப்பு பெறப்படும் வகையில் அமைந்த தொடரி பெருக்கல் விருத்தி எனப்படும்.

உதாரணம் :

i. $3,6,12,24,48,\ldots$

ii. $4,2,1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\ldots$

iii. $3,-6,12,-24,48,\ldots$

iv. $2,4a,8a^2,16a^3,\ldots$

பொதுவாக வினாப்பத்திரத்தில் தரப்பட்ட தொடரி ஒன்று பெருக்கல் விருத்தியா? காரணம் தருக. என்னும் வினா வகை காணப்படுகின்றது.

$3,6,12,24,\ldots$ என்னும் தொடரி பெருக்கல் விருத்தியாகுமா என்பதைப் பரீட்சிப்பதற்கு, பின்வரும் இரு சந்தர்ப்பங்களைக் கருதுக.

T_1	T_2	T_3	T_4
3	6	12	24

$\frac{T_2}{T_1}=\frac{6}{3}=2,\quad \frac{T_3}{T_2}=\frac{12}{6}=2$

இவ்விரு சந்தர்ப்பங்களிலும் 2 என்னும் மாறாத பெறுமானம் கிடைக்கின்றது. இங்கு 2 என்னும் மாறாத பெறுமானத்தினால் பெருக்கப்பட்டு செல்வதால் இவ்விருத்தி ஒரு பெருக்கல் விருத்தி ஆகும்.

கூட்டல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பு a எனக்குறிக்கப்படுவது போலவே பெருக்கல் விருத்தியிலும் முதலாம் உறுப்பு a எனக்குறிக்கப்படுகின்றது.

ஆனால் மாறாத பெறுமாணம் இங்கு பொது விகிதம் என அழைக்கப்படுவதுடன் அது r என்னும் குறியீட்டினால் குறிக்கப்படுகின்றது.

❖ தரப்பட்டுள்ள எண் தொடர்களிலிருந்து பெருக்கல் விருத்திகளைத் தெரிவு செய்து எழுதுக.

i. $4,8,16,\ldots$

ii. $5,10,30,\ldots$

iii. $3,-6,12,\ldots$

iv. $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\ldots$

❖ **மேலதிக பயிற்சி :** இலவச பாட நூல் கணிதம் - பக்கம் 136

Scanned with CamScanner

3.0 ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் பொது உறுப்பு (n ஆம் உறுப்பு)

a என்பது முதலாம் உறுப்பு ஆகவும் d என்பது பொது வித்தியாசம் ஆகவும் அமையும் கூட்டல் விருத்தியின் பொது உறுப்பு $T_n = a + (n-1)d$ என்னும் சூத்திரத்தினால் தரப்படுகிறது.

அவ்வாறு a என்பது முதலாம் உறுப்பு ஆகவும், r என்பது பொது விகிதம் ஆகவும் அமையும் பெருக்கல் விருத்தியின் பொது உறுப்பு $T_n = ar^{n-1}$ என்பதால் தரப்படும்.

இங்கு T_n, a, r, n ஆகிய 4 மாறிகளில் ஏதேனும் மூன்றின் பெறுமானங்கள் தரப்படும் போது $T_n = ar^{n-1}$ இல் பிரதியிட்டுத் தரப்படாத பெறுமானம் காணலாம்.

கூட்டல் விருத்தியின் உறுப்புகள் a, d சார்பாக,	பெருக்கல்விருத்தியின் உறுப்புகள் a, r சார்பாக,
$T_n = a + (n-1)d$	$T_n = ar^{n-1}$
$T_1 = a + (1-1)d = a$	$T_1 = ar^{1-1} = ar^0 = a$
$T_2 = a + (2-1)d = a + d$	$T_2 = ar^{2-1} = ar^1 = ar$
$T_3 = a + (3-1)d = a + 2d$	$T_3 = ar^{3-1} = ar^2$

என எழுத முடியும் என்பதை நினைவில் வைத்திருப்பது பயனுள்ளது.

வகை I

உதாரணம் 1 :

முதலாம் உறுப்பு 2 ஆகவும், பொது விகிதம் 3 ஆகவும் உள்ள பெருக்கல் விருத்தியின் 4 ம் உறுப்பைக் காண்க.

$T_n = ar^{n-1}$ என்பதில் $a = 2, r = 3, n = 4$ என்பன தரப்பட்டுள்ளன.

சூத்திரத்தில் பிரதியிட,

$T_4 = 2 \times 3^{4-1} = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$

எனவே நான்காம் உறுப்பு 54 ஆகும்.

அத்துடன் $2, 2 \times 3 = 6, (2 \times 3) \times 3 = 18, (2 \times 3 \times 3) \times 3 = 54$ என எழுதுவதன் மூலமும் விடையைக் காணமுடியும் என்பதையும் கவனத்திற் கொள்ளவும்.

❖ பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க முயற்சிக்க.

1. முதலாம் உறுப்பு 4 ஆகவும், பொது விகிதம் 2 ஆகவும் உள்ள பெருக்கல் விருத்தியின் 5 ம் உறுப்பு யாது?
2. முதலாம் உறுப்பு 3 ஆகவும், பொது விகிதம் -2 ஆகவும் உள்ள பெருக்கல் விருத்தியின் 4 ம் உறுப்பு யாது?

மேலதிக பயிற்சி :

- இலவச பாடநூல் கணிதம் பக்கம் 138, பயிற்சி 16.2 வினா இலக்கங்கள் 1,2,3,4
- 2018 (O/L) பகுதி I வினா இல 21
- 2019 (O/L) பகுதி I வினா இல 15

உதாரணம் 2 :

64,32,16,8, ... என அமையும் பெருக்கல் விருத்தியின் 5 ம் உறுப்பைக் காண்க.

இவ்வகையில் பொது விகிதம் கணிப்பது முக்கியமானது.

T_1	T_2	T_3	T_4
64	32	16	8

Scanned with CamScanner

$\frac{T_4}{T_3} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ பொது விகிதமாகும்.

$a = 64, r = \frac{1}{2}, n = 5$ ஐ $T_n = ar^{n-1}$ இல் பிரதியிடல்

$T_5 = 64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = 64 \times \frac{1^4}{2^4} = 64 \times \frac{1}{16} = \frac{64}{16} = 4$

எனவே விருத்தியின் 5 ம் உறுப்ப 4 ஆகும்.

உதாரணம் :

i. $0.6, 0.3, 0.15, \ldots$ 6ம் உறுப்பு யாது?

ii. $0.8, 0.8, 0.2, \ldots$ 5ம் உறுப்பு யாது?

iii. $\frac{3}{4}, 1\frac{1}{2}, 3, 6, \ldots$ 8ம் உறுப்பு யாது?

வகை II

உதாரணம் 1 :

5 ம் உறுப்பு 40 உம், 9 ம் உறுப்பு 640 உம் உடைய இரண்டு பெருக்கல் விருத்திகள் உள்ளன எனக்காட்டி, ஒவ்வொரு விருத்தியிலும் முதல் 3 உறுப்புக்களை எழுதுக.

அதாவது, $T_5 = 40, T_9 = 640, r = ?, a = ?$

$T_5 = ar^4 = 40 \longrightarrow (1)$

$T_9 = ar^8 = 640 \longrightarrow (2)$

$\frac{(2)}{(1)} \qquad \frac{T_9}{T_5} = \frac{ar^8}{ar^4} = \frac{640}{40}$

$r^4 = 16$

$r^4 = (\pm 2)^4$

$\therefore r = 2$ அல்லது $r = -2$ ஆகிறது.

அத்தோடு $ar^4 = 40$

$a \times 16 = 40$

$a = \frac{40}{16} = \frac{5}{2}$

i. $a = \frac{5}{2}, r = 2$ ஆக : $\frac{5}{2}, \frac{5}{2} \times 2, \left(\frac{5}{2} \times 2\right) \times 2, \ldots$

$\frac{5}{2}, 5, 10, \ldots$

ii. $a = \frac{5}{2}, r = -2$ ஆக :

$\frac{5}{2}, -5, 10, \ldots$

4.0 கூட்டல் விருத்தியொன்றின் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை

Scanned with CamScanner

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ என்னும் சூத்திரத்தினால் தரப்படுகின்றது.
அவ்வாறே,
பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$; $r > 1$

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$; $r < 1$

என்னும் சூத்திரத்தினால் தரப்படும்.
இரண்டு சந்தர்ப்பங்களில் எந்தவொன்றையும் பயன்படுத்தலாம்.

இங்குள்ள a, r, n, S_n ஆகிய 4 மாறிகளில் மூன்றின் பெறுமானம் தரப்படும் போது நான்காவது மாறியின் பெறுமானம் காணலாம்.

வகை III

உதாரணம் 1 :

$2,4,8,16, \ldots$ என அமையும் பெருக்கல் தொடரின் முதல் 5 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக்காண்க.

$S_n = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + \cdots$

$S_5 = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5$

$= 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 62$

$a = 2, r = 2, n = 5$

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

$= \frac{2(2^5-1)}{2-1}$

$= \frac{2(32-1)}{1}$

$= 2 \times 31 = 62$

பயிற்சி :

i. $2,6,18, \ldots$ என்னும் பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் 4 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக்காண்க.
ii. $3,6,12, \ldots$ என்னும் பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் 5 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக்காண்க.

உதாரணம் 2 :

$2, -4, 8, -16, \ldots$ என்னும் பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் 5 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக்காண்க.

$a = 2, r = \frac{-4}{2} = -2, n = 5$

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$S_5 = \frac{2[1-(-2)^5]}{1-(-2)}$

$= \frac{2[1-(-32)]}{1-(-2)}$

$= \frac{2\times 33}{3}$

$= 22$

அதாவது,

Scanned with CamScanner

$S_5 = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5$
$= 2 + (-4) + 8 + (-16) + 32$
$= 2 + 8 + 32 - 20$
$= 42 - 20$
$= 22$

பயிற்சி :
பக்கம் 147, வினா இல 4

உதாரணம் 3 :
16,8,4,2, ... என அமையும் பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் 5 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை யாது?

$a = 16, r = \frac{T_3}{T_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, n = 5$

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$S_5 = \frac{16\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right]}{1-\frac{1}{2}}$

$= \frac{16\left[1-\frac{1}{32}\right]}{\frac{1}{2}}$

$= \left(16 \times \frac{31}{32}\right) \div \frac{1}{2}$

$= \frac{31}{2} \times \frac{2}{1}$

$= 31$

பயிற்சி : பாடப்புத்தகம் பக்கம் 147, வினா இலக்கம் 6

உதாரணம் 4 :
4,8,16,32, ... என்னும் பெருக்கல் தொடரில் முதல் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 124 ஆக அமைவதற்கு கூட்டப்பட வேண்டிய உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை யாது?

$a = 4, r = \frac{8}{4} = 2, S_n = 124, n = ?$

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

$124 = \frac{4(2^n-1)}{2-1}$

$4(2^n - 1) = 124$

$(2^n - 1) = \frac{124}{4} = 31$

$2^n = 31 + 1 = 32$

$2^n = 2^5$

$n = 5$

பயிற்சி :

- 3,6,12, ... என்னும் தொடரின் முதல் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 45 ஆக அமைவதற்கு கூட்டப்பட வேண்டிய உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை யாது?
- 2017 (O/L) பகுதி II $7(b)$
- 2016 (O/L) பகுதி II $7(b)$

Scanned with CamScanner