

## எளிமை இசை இயக்கம் Simple Harmonic Motion

ஒரு இயக்கத்தின் துணிக்கையில் தாக்கும் விசை ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து அளக்கப்படும். இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர் வீக்த சமமாகவும் எப்பொழுதும் அந்நிலைத்த புள்ளியை நோக்கிய வண்ணமும் இருப்பின் அவ்வியக்கம் எளிமை இசை இயக்கம் எனப்படும்.

$$F \neq acx$$

$$F = kx$$

$$P = mf$$

$$-F = +m\ddot{x}$$

$$-kx = +m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x$$

$$\ddot{x} = -w^2x \text{ (} w \text{ ஒரு மாறிலி)}$$

$\ddot{x} = -w^2x$  என்பதால் குறிக்கப்படும் இயக்கம் எளிமை இசை இயக்கம் ஆகும்.

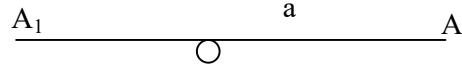
(i)  $v-x$  தொடர்பு

$$\ddot{x} = -w^2x$$

$$\frac{v dv}{dx} = -w^2x \Rightarrow \frac{v^2}{2} = -w^2 \frac{x^2}{2} + c$$

$$x = a, v = 0 \Rightarrow c = \frac{w^2}{2} a^2 \Rightarrow v^2 = -w^2(x^2 - a^2)$$

$$\therefore v^2 = -w^2x^2 + w^2a^2 \Rightarrow v^2 = -w^2(x^2 - a^2)$$



○ - சமநிலைத்தன்மை - அலைவுமையம், OA - வீச்சம்

வீச்சம் : அலைவுமையத்திலிருந்து அதிகூடிய இடப்பெயர்ச்சி ஆகும்.

அலைவு மையத்திற்கும் வேகம் பூச்சியமாகும் புள்ளிக்கும் இடையான தூரம் வீச்சம் ஆகும்

$$x-t \text{ தொடர்பு } v^2 = w^2(a^2 - x^2)$$

$$v = w\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = w dt$$

$$\text{Sin}^{-1} \frac{x}{a} = wt + c$$

$$x = a, t = 0 \Rightarrow c = 0 \quad / \quad x = a \text{Sin } wt$$

$$x = a, t = 0 \Rightarrow \quad x = a \text{Cos } wt$$

$$x = 0 \text{ ஆக } V \text{ max}$$

$$x = a \text{ ஆக } V \text{ min } x$$

துணிக்கை P இன் இயக்கம் சீரான வட்ட இயக்கம் கோண வேகம் =w Q இன் இயக்கம் ஒரு எளிமை இசை இயக்கம்.

$$x = a \cos wt$$

$$\dot{x} = -aw \sin wt$$

$$\ddot{x} = -aw^2 \cos wt$$

$$\ddot{x} = -w^2 x$$

$$\therefore Q \text{ இன் இயக்கம் எ.இ.இயக்கம் } T = \frac{2\pi}{w}$$

$$\dot{x} = wPQ$$

$$\ddot{x} = -w^2 x \text{ இன் தீர்வு } x = A \cos wt + B \sin wt \text{ எனக் காட்டல்}$$

$$\ddot{x} = -Aw^2 \cos wt - Bw^2 \sin wt$$

$$= -Aw^2 \cos wt - Bw^2 \sin wt$$

$$= -w^2 [A \cos wt + B \sin wt]$$

$$= -w^2 x$$

$\therefore$  முடிவு பெறப்படும்.

V மெய்யாக

$$a^2 - x^2 \geq 0$$

$$x^2 - a^2 \leq 0$$

$$(x - a)(x + a) \leq 0$$

$$-a \leq x \leq a$$

$$x = A \cos wt + B \sin wt \text{ இலிருந்து } v^2 = w^2 (a^2 - x^2) \text{ எனக் காட்டல்}$$

$$x = A \cos wt + B \sin wt \quad \text{————— (1)}$$

$$\dot{x} = -Aw \sin wt + Bw \cos wt$$

$$\frac{\dot{x}}{w} = -A \sin wt + B \cos wt \quad \text{————— (2)}$$

$$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow$$

மீள்தன்மை இழை

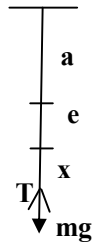
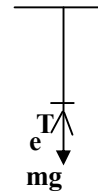
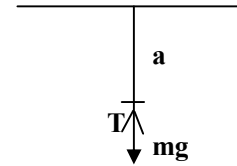
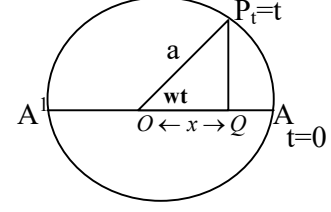
$$T = mg \quad T = \frac{\lambda e}{a} x \text{ நீட்சி}$$

$$\lambda \frac{e}{a} = mg$$

$$e = \frac{amg}{\lambda}$$

a இயக்க நீளமுள்ள மீ.த இழை ஓர் நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்படுகின்றது. மறுநிலையில் m தனிவு தொங்க விடப்படும். சமநிலைத்தானத்திலிருந்து ஓர் நீளம் b ஊடாக இழுத்து விடப்படும். இயக்கத்தை ஆராய்க.

I. துணிக்கை சமநிலையிலுள்ள போது நீட்சி



$$e = \frac{amg}{\lambda} \quad T = \frac{\lambda}{a}(x+e) \quad T = \frac{\lambda e}{a} = mg$$

$$mg - T = m\ddot{x}$$

$$= mg - \frac{\lambda x}{a} - \frac{de}{a} = m\ddot{x}$$

$$-\frac{\lambda x}{a} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\frac{\lambda x}{ma}$$

வகை I  $b < e = \frac{amg}{\lambda}$  என்க.

விச்சம்  $b < e$  ஆதலால் B யை அடை முன் பூச்சியம்  $\therefore$  இழை தொய்யாது  $\therefore$  C யை மையமாகக் கொண்டு மற்றொரு எளிமை இசை இயக்கம் ஆற்றும்.

வகை II  $b > e = \frac{amg}{\lambda}$  மட்டு மட்டாக B யை அடையும். முற்றான எளிமை இசை இயக்கம்.

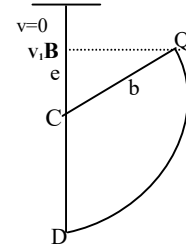
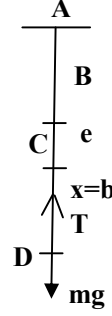
வகை III  $b > e$  B அடையும் போது அதற்கு மேல் நோக்கிய வேகம் உண்டு. இழை தொய்யும். பு.ச. கீழ் இயங்கும். B யை மீண்டும் அதே வேகத்துடன் அடையும். மீண்டும் இழை இறுகும். தொடர்ந்து எளிமை இசை இயக்கம் ஆற்றும்.

$$t_1 = \frac{\pi - \theta}{w} = \sqrt{\frac{am}{\lambda} \left[ \pi - \cos^{-1} \frac{e}{b} \right]}$$

$$v = u + ft \quad v_1 = w\sqrt{b^2 - e^2}$$

$$0 = w\sqrt{b^2 - e^2} - gt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{w\sqrt{b^2 - e^2}}{g}$$

$$T = 2t_1 + 2t_2$$



1. இயற்கை நீளம் யயையம் மீள்தன்மைமட்டு  $mg$  யை உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் நுனி ஒன்று தணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மற்ற நுனியானது நிலைத்த ஒரு புள்ளி O வுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. O விற்கு கீழே  $a/2$  இல் உள்ள ஒரு புள்ளி p இலே இத் துணிக்கை ஓய்வில் இருந்து விடப்படுகிறது. நேரம்

$\sqrt{\frac{a}{g} \left[ 1 + \frac{3\pi}{2} \right]}$  இற்குப் பின்னர் இத் துணிக்கையானது p யிற்கத் திரும்பி வரும் என நிறுவக. துணிக்கை அடையும் அதியுயர் கதையைக் காண்க.

2. m எனும் தணிவுடைய p எனும் துணிக்கை ஒன்று  $l$  எனும் இயற்கை நீளமுடைய இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றினால் O எனும் நிலைத்த புள்ளியொன்றிலிருந்து தொங்கவிடப்படுகிறது. ஆரம்பத்தில் துணிக்கை p ஆனது O இல் ஓய்விலிருந்து விழுக்கின்றது. தொடர்ந்து நடைபெறும் இயக்கத்திலே O இலிருந்து கீழே துணிக்கை p யின் மிகக் கூடியதூரம்  $3l$  ஆயின் இழையின் மீள்தன்மைமட்டானது  $3/2mg$  ஆகுமெனக் காட்டுக. துணிக்கை p ஆனது மிகக்கூடிய ஆழத்திலுள்ள புள்ளியை

$\sqrt{\frac{2l}{g} \left[ 1 + \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \right]}$  நேரத்தில் அடையுமெனக்காட்டுக.

3. வீச்சம் 1m உம் காலம் 8 செக் உம் கொண்ட எளிய இசை இயக்கத்திலே துணிக்கை ஒன்று ஒருநேர்கோட்டிலே இயங்குகின்றது. துணிக்கையின் அதி உயர்வான கதையை  $ms^{-1}$  இலும் அதன் அதி உயர்வான ஆர்முடுகலை  $ms^{-2}$  இலும் காண்க. துணிக்கையானது மையநிலையிலிருந்து  $\frac{1}{2}m$  தூரத்திலும் இருக்கும் போது அதன் கதையை  $ms^{-1}$  இல் காண்க. இரு கணங்களில் துணிக்கையின் கதையானது அதன் அதி உயர்வான கதையின் அரைவாசியாகவள்ளது. அவ்வாறான கணங்களுக்கிடையிலான நேரம்  $\frac{4}{3}Sec$  ஆகுமெனக் காட்டுக.

4. ஒப்பமான கிடையான மேசையின் விளிம்பின் மேலே செல்லும் இலேசான நீட்டமுடியாத இழைகளின்நுனிகளில் m திணிவுள்ள A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன.  $\ell$  இயற்கை நீளமுடைய மட்டு mg உம் கொண்ட மீள்தன்மையுள்ள இழையினால் A என்னும் துணிக்கை மேசை மேலே உள்ள O என்னும் நிலையான புள்ளியிலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மீள்தன்மையில்லாத இழை இறுக்கமாகவும் மேசையின் விளிம்புக்குச் செங்குத்தாகவும் இருக்க துணிக்கை A ஆனது O என்னும் புள்ளியில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை B நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகின்றது. பின் ஓய்வில் இருந்து A ஆனது விடுவிக்கப்படுகிறது. அடுத்த இயக்கத்தில் துணிக்கை A மேசையின் விளிம்பை அடையாவிட்டால்

(1). O இல் இருந்து மேசையின் விளிம்பின் தூரம்  $\ell(2 + \sqrt{3})$  இலும் பெரியது எனக் காட்டுக.

(2).  $2\sqrt{\frac{2\ell}{g}}[\pi + 2 - \tan^{-1}\sqrt{2}]$  எனும் நேரத்துக்குப்பின் துணிக்கை O ற்கு மீளும் எனக் காட்டுக.

5. m திணிவுள்ள மாபிள் ஒன்று l ஆன இயற்கை நீளமுள்ள இலேசான மீள்தன்மை இழையால் A எனும் நிலையான புள்ளியில் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இது ஓய்வில் இருந்து A இல் விடுவிக்கப்படுகிறது. கணநிலை ஓய்விற்குவருமுன் இது 2l தூரம் விழுகிறது. இழையின் மீள்தன்மைமட்டு  $4mg$  என்றும் மாபிள்  $\sqrt{\frac{l}{g}}[2\sqrt{2} + \pi - \cos^{-1}(\frac{1}{3})]$  என்னும் நேரத்தின் பின் A ஐத் திரும்பி அடையும் எனவும் காட்டுக.

6. இயற்கை நீளம் a யும் மீள்தன்மை மட்டு mg யுமுடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மையுடைய இழையின் முனைகள் கரடான கிடைமேசைமீது ஓய்விலிருக்கும் M திணிவுடைய ஒரு சமை A யிற்கும் m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை B ற்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. மேசைக்கும் சமை A யிற்குமிடையிலான உராய்வுக்குணகம்  $\mu$  ஆகும். மேசைக்கும் துணிக்கைக்கும் கிடையிலான உராய்வுக்குணகமும்  $\mu$  ஆகும். ஆரம்பத்தில் துணிக்கை B யானது A யிலிருந்து y தூரத்திலுள்ள புள்ளி L இல் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. இது பின்னர் AL இன் திசையில்  $\sqrt{8\mu^2 ag}$  வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. சமை A மேசை மீது ஓய்வில் உள்ளது எனக்கொண்டு இழையின் உயர் வீரவை காண்க.  $M \geq 2m$  எனக்

காட்டுக.  $\left[\pi + \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right] \sqrt{\frac{2}{g}}$  எனும் நேரத்தின் பின்னர் துணிக்கை B இறுதியாக அதன் ஆரம்பப்புள்ளி L இல் நிரந்தரமான ஓய்விற்கு வரும் எனவும் காட்டுக.

7. ஒரு நேரிய கோட்டிலே துணிக்கையொன்று தன்ஆர்முடுகலானது அக் கோட்டிலுள்ள O எனும் ஒரு நிலைத்தப்புள்ளியை நோக்கிய திசை கொண்டதாயும், W என்பது ஓர் ஒருமையாயிருக்க, O விலிருந்து தன் தூரத்தின்  $w^2$  மடங்குக்குச் சமமானதாய் இருக்குமாறு இயங்குகிறது. இயக்கம் அலைவானது எனவும், முற்றானவொரு அலைவின் நேரம்  $2\pi/\omega$  ஆகுமெனவும் காட்டுக.

அம் மாதிரியானதொருதுணிக்கை O விலிருந்து தன்தூரம் 14cm ஆயிருக்கையில் தன்கதி செக்கனுக்கு 96cm ஆகவும் O விலிருந்து தன்தூரம் 30cm ஆயிருக்கையில் தன்கதி செக்கனுக்கு 80cm ஆகவும் இருக்குமாறு இயங்குகின்றது. முற்றான ஒவ்வொரு அலைவின் காலத்தையும், o விலிருந்து 40cm தூரத்தில் துணிக்கையிருக்கையில் அதன் கதியையும் காண்க.

8. இயற்கை நீளம் a யும் மட்டு m யும் கொண்ட மீள்தன்மையுடைய இலேசான இழையின்முனை மீடையான ஒப்புரவான மேசையின்மேல் O என்னும் புள்ளியில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. மற்றமுனையில் அதிணிவுள்ளது துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் இத்துணிக்கை மேசையீது O விலிருந்து (a+b) தூரத்தில் ஓய்வில்பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை விடுவிக்கப்பட்டால்  $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) \sqrt{\frac{g}{l}}$  எனும் நேரத்துக்குப்பின் O ஐ அடையுமெனக்காட்டுக.

இத்துணிக்கை O ஐக் கடக்கும்போது O இல் ஓய்வில் இருந்த 2m துணிக்கையோடு இணைகிறது. இச் சேர்த்தித்துணிக்கை O வுக்கு மீள்வதற்கு எவ்வளவு நேரம் எடுக்குமெனக் காண்க.

9. இலேசான மீள்தன்மையிழையொன்றில் ஓய்வில்தொங்கும் ஒரு துணிக்கை இழையை a ஊடாக ஈர்க்கின்றது. துணிக்கை மேலும் c (c,0) தூரத்தினூடாகக் கீழே இழுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகின்றது. இழையானது சற்றே தொய்ந்திருக்கும் நிலையில் துணிக்கையின் வேகத்தையும் அதன் பின்னர் துணிக்கை எழும்பும் உயரத்தையும் காண்க.

10. O என்னும் நிலைத்தப்புள்ளி ஒன்றுக்குச் செலுத்தப்பட்ட  $m\omega^2(op)$  பருமன் கொண்ட விசையொன்றின் தாக்கத்தின்கீழ் m திணிவுடைய p எனும் துணிக்கையொன்று ஒரு நேர்கோட்டிலே இயங்குகின்றது. இங்கு O ஓர் ஒருமையாகும். துணிக்கையானது A எனும் புள்ளியில் ஓய்விலிருந்து புறப்படுமாயின், அது O விலிருந்து x தூரத்தில் இருக்கும்போது அதன் கதி V ஆயினும்  $v^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$  ஆகுமெனக் காட்டுக. இங்கு  $a = OA$  ஒப்பமான கிடைமேசையொன்றிலே ஒன்றுக்கொன்று 9a தூரத்திலுள்ள A, B என்னும் இருபுள்ளிகளுக்கிடையில் 6a என்னும் இயற்கை நீளம் கொண்ட மீள்தன்மையுள்ள இழையொன்றை ஈர்க்கப்பட்டுள்ளது. இழை முக்கூற்றிடுவதாய் A யிற்கு கிட்டவுள்ள புள்ளியில் m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோடு AB யிலே A யிலிருந்து யதூரத்திலுள்ள p எனும் புள்ளிக்குத்துணிக்கை இடம்பெயர்க்கப்பட்டு, ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. கோடு AB யிலே A யிலிருந்து  $\left(\frac{9+\sqrt{30}}{3}\right)a$  தூரத்திலுள்ள புள்ளியை அடையும் பொழுது துணிக்கையானது கணநிலை ஓய்விற்குவருமெனக் காட்டுக.

11. முறையே 3m, 2m திணிவுடைய A, B எனும் இரு துணிக்கைகள் இலேசான ஒப்பமான நிலைத்தகப்பி ஒன்றின் மேல் செல்லும் A, B எனும் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் முனைகளில் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. மீள்தன்மைமட்டு  $\lambda$  வும் இயற்கையான நீளம் a A முடைய ஒருமீள்தன்மை இழையின் ஒரு முனை அதிணிவுள்ள c எனும் துணிக்கைக்கும் மற்ற முனை B கிற்கும் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. b இன் கீழ் C ஆகவும் BC இன் நீளம் a ஆகுமாறும் கப்பியை தொடராத இழையின்பாகங்கள் நிலைக்குத்தாயும் இறுக்கமாயும் இருக்குமாறுகித் தொகுதி ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. இப்பொழுது தொகுதியை மென்மையாக விடுவித்தால் நேரம் t இல் BC யின் நீளம் y ஆனது வழமையான குறியீட்டில்  $y = -\frac{6\lambda}{5ma} \left( y - a - \frac{amg}{\lambda} \right)$  என்பதால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.  $\lambda = mg$  ஆயின் (இயக்கத்தின் எந்த நிலையிலும் துணிக்கைகள் கப்பியை அடிக்காது எனக்கொண்டு) BC யின் உயர் நீளம் 3a எனக்காட்டுக. BC யின் உயர் நீளத்தை அடையும் போது துணிக்கை ஆனது அதன் ஆரம்பநிலையில் இருந்து  $\frac{1}{3} a$  உயரத்தில் எனக்காட்டுக.

12. எளிய இசை இயக்கத்தையும் ஆர்முடுகற்குவியத்தை (மையத்தை) யும் வரையறுக்க. இயற்கை நீளம் 2a உம் மீள்தன்மைமட்டு  $\lambda$  உம் உள்ள இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் முனைகள் ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றின் A, B எனும் நிலைத்தபள்ளிகள் இரண்டிற்குப் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. A கிற்கும் B ற்குமிடைப்பட்ட தூரம் 4a ஆகும். m திணிவுள்ள துணிக்கையொன்று இழையின் நடுப்புள்ளியில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது AB இன் வழியே தூரம் b ஆல் பெயர்க்கப்பட்டுப்பின் மென்மையாகவிடுவிக்கப்பட்டால் அது  $b \leq a$  எனின் ஒரு குவியத்துடன் எளிய இசை இயக்கத்தைச் செய்யுமென நிறுவி அலைவுகாலத்தைக்கான்க.  $b = 2a$  எனின் இயக்கத்தை விபரித்து அலைவுகாலமானது

$$4\sqrt{\frac{am}{\lambda}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \sqrt{\frac{2}{7}} \right) + \cos^{-1} \left( \frac{2}{3} \right) \right\} \text{ ஆகுமென நிறுவுக.}$$

13. ஒவ்வொன்றும் அதிணிவும், 2a நீளமுமுள்ள இரு சமச்சீரான நேர்வட்டவருளைகள் அவற்றினுடைய அச்சக்கள் ஒரே நேர்கோட்டில் இருக்கத்தக்கதாக ஓரழுத்தகிடைமேசையின்மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளன. உருளைகளினுடைய ஓரழுத்தமான கிடை மேசையின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளன. உருளைகளினுடைய அச்சக்கள் வழியே அழுத்தமான ஒடுங்கிய துவாரங்கள் துளைக்கப்பட்டுள்ளன. அச்சக்களினுடைய நடுப்புள்ளிகள் இயற்கைநீளம்  $\ell (> 2h)$  உடைய மெல்லிய இலேசான விற்குருளினால் ஒருதாங்கி அமையத்தக்கதாக தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு உருளையின் துவாரத்தினுள்ளும் சுருளின் h நீளம் இருக்கின்றது. விற்குருளை x தூரத்திற்கு சுருக்க அல்லது வீரீக்க வேண்டிய விசை  $mgx/\ell$  தாங்கியினுடைய இரண்டு உருளைகளும் அவற்றினுடைய சமநிலைகளிலிருந்து ஒன்றையொன்று நோக்கி u என்னும் ஒரே கதியுடன் தள்ளப்படுகின்றது. (1).  $u < (\ell - 2h)(g/2\ell)^{1/2}$  ஆயின் ஒன்றோடொன்று மோதாதெனக் காட்டுக. (2).  $u \geq (\ell - 2h)(g/2\ell)^{1/2}$  ஆயும் உருளைகள் நிறைமீள்சக்தியுடையனவாயும் இருப்பின் தாங்கியின்

$$\text{அதிர்வகாலமான } \sqrt{\frac{2\ell}{g}} \left[ \pi - \cos^{-1} \left\{ \frac{\ell - 2h}{u} \sqrt{\frac{g}{2\ell}} \right\} \right] \text{ எனக் காட்டுக.}$$

14. ஒரு நேர்த்தெருவில் சீரான வேகம்  $u$  உடன் ஒரு டாக்ஷி செல்கிறது. இந்த டாக்ஷி தெருவில்  $T$  என்னும் புள்ளியிற்செல்லும் கணத்தில் அதற்கு முன்பாக  $d$  தூரத்திலுள்ள  $P$  புள்ளியில் நிற்கும் ஒரு பிரயாணி அதை அழைக்கிறான்.  $PT$  இன் நீட்சியில்  $OT:OP=m:n$  ( $m, n$  நேர் எண்கள்  $m>n$ ) ஆகுமாறு உள்ள புள்ளி  $O$  ஆகும். டாக்ஷியின் ஆர்முடுகல்  $\omega^2 x$  ஆகுமாறு சாலத் தடுப்புக்களைப்பிரயோகிக்கிறான். இங்கு  $x>0$  விலிருந்து டாக்ஷியின் தூரம்.  $\omega$  ஒரு ஒருமை. டாக்ஷி  $P$  யில் ஓய்விற்கு வருகிறது.  $\omega$  இன் பெறுமானத்திற்கு ஒரு கோவையைப்பெற்று டாக்ஷி  $T$  இலிந்து  $P$  இற்குச்செல்ல எடுத்த நேரம்  $\frac{d}{u} \sqrt{\frac{n+m}{n-m}} \cos^{-1} \left( \frac{m}{n} \right)$  என நிறுவுக. சாரதியின் திணிவு  $M$  ஆயின் அவனீந்தாக்கும் முழக்கிடவிசையின் உச்சப்பெறுமானம்  $\frac{u^2 Mn}{(n+m)d}$  என நிறுவுக.

15. ஒரு புள்ளி ஒரு நேர்கோட்டிலே நிலைப்பட்டபுள்ளி  $OI$  குறித்து எளிமை இசையியக்கம் ஆற்றுக்கின்றது.  $O$  இலிருந்து அளக்கப்பட்ட அதன் பெயர்ச்சி  $x_1$  ஆயிருக்கும் போது அதன் வேகம்  $u_1 > 0$  இலிருந்து தென்தூரம்  $x_2$   $2Mf$  இருக்கும் போது அதன் வேகம்  $u_2$  இயக்ககாலம்  $\sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{u_2^2 - u_1^2}}$  எனக்காட்டுக.

16. ஒருதுணிக்கை ஒருமையம்முக்குறித்து  $T$  காலத்துடன் எளிமை இசை இயக்கம் ஆற்றுக்கின்றது. அது புள்ளி  $P$  இனூடே திசை  $OP$  இல் வேகம்  $v$  உடன் செல்கிறது. அது  $P$  இற்குமீண்டும்வருவதற்குஎடுக்கும்நேரம்  $\frac{T}{\pi} \tan^{-1} \frac{vT}{2\pi a}$  எனநிறுவுக.

17. ஒரு துணிக்கை எளிய இசை இயக்கம் ஆற்றுகிறது. ஓர் ஓய்வுத்தானத்திலிருந்து மற்றையதற்குச் செல்லும் பயணத்தில் முன்று அடுத்த செக்கன்களில் அதன் பாதையின் நடுப்புள்ளியிலிருந்து அத்துணிக்கையின் தூரங்கள்  $X_1, X_2, X_3$  என்று அவதானிக்கப்பட்டது. ஒரு முழு அலையின் நேரம்  $\frac{2\pi}{\cos^{-1} \left( \frac{x_1 + x_2}{2x_3} \right)}$  என நிறுவுக.

18.  $\mu x$  ஆர்முடுகலுடன் இயங்கும் ஒரு துணிக்கை இருகணங்களில்  $X_1, X_2$  என்னும் ஆள்கூறுகளையும்  $V_1, V_2$  என்னும் வேகங்களையும் உடையது. அக் கணங்களுக்கிடையிலான கணத்தில் அதன் ஆள்கூறும் வேகமும் முறையே  $X'$  உம்  $V'$  உம்

$$\frac{x_1 - x_2}{v_2 - v_1} = \frac{v'}{\mu x}$$

(1).  $v_2 - v_1 = \frac{v'}{\mu x}$

$$\frac{x_1 + x_2}{v_1 + v_2} = \frac{x'}{v'}$$

(2).  $v_1 + v_2 = \frac{x'}{v'}$  என்பவற்றைக்காட்டுக.

19.  $X$  அச்சின் வழியே இயங்கும் ஒரு துணிக்கையின் வேகம்  $V$  ஆனது  $v^2 = \omega^2(12cx - 11c^2 - x^2)$  ஆல் தரப்படும் இயக்கம் எ.இ. இயக்கம் எனக்காட்டி இயக்கமையம் அலைவுமையம் வீச்சம் ஆகியவற்றைக்கான்க.  $X=3c$  இலிருந்து  $x=11c$  க்கு செல்ல எடுக்கும் நேரத்தைக்கான்க.

20. ஒரு வற்சுருளானது நிலைக்குத்தாகவும் இதன் கீழ்முனை நிலையாவும் மேல்முனைக்கு இலேசானதட்டும் பொருத்தப்பட்டு நிலையாக வைக்கப்பட்டுள்ளது. M தணிவுள்ள துணிக்கையானது மேல்தட்டில்வைக்கப்படும்போது சுருள் a தூரம் ஒடுங்கக்காணப்படுகிறது. தட்டும் துணிக்கையும் மேலும் (c-a) தூரம் ஒடுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. பின் நிகழும் இயக்கத்தில் KO ஒடுக்கம் x ஆக இருக்கும் போது கீழ் நோக்கிய ஆர்முடுகல்  $g\left(1 - \frac{x}{a}\right)$  எனக் காட்டுக. துணிக்கையின் அதிகூடிய வேகத்தைக்கண்டு  $c > 2a$  ஆக தட்டைவிட்டு துணிக்கை விலகுமெனக்காட்டுக.

21. 4a நீளமும் 8mg மீள்தன்மை மட்டுமுடைய இலேசான வற்சுருளின் கீழ்முனை O நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. m தணிவுள்ள மேடை மேல்நுனிக்குப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. m தணிவுள்ள துணிக்கை அதன் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை மேடையுடன் சேர்த்து மெதுவாக 2a தூரத்தினூடாக கீழ்நோக்கி அழுத்தப்பட்டு விடப்படுகிறது. துணிக்கை பகுதி எளிமைஇசையியக்கத்தை ஆற்றுகிறதெனவும் துணிக்கை மேடையை விட்டு நீங்கும் உயரத்தையும் காண்க