

தென்மராட்சிக் கல்வி வலயம்
இணைந்த கணிதம் - பயிற்சிப்பரீட்சை 03

க.பொ.த (உ/த) – 2019 நேரம் : 2.00 மணி
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை தருக

பகுதி – A

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும்

$$\sum_{r=1}^n \frac{1}{r(r+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} \text{ எனக்காட்டுக?}$$

2. BANANA என்னும் சொல்லின் எல்லா எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி ஆக்கத்தக்க ஒழுங்கமைப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? இவ் ஒழுங்கமைப்புக்களில் எத்தனையில் இரு N களும் அடுத்தடுத்து இருக்காது?

3. $\sum_{r=1}^n V_r = n(2n^2 + 9n + 13)$ ஆகவுள்ள தொடரின் பொது உறுப்பு V_r ஐக் காண்க?
 $\sum_{r=1}^n r = \frac{n(n+1)}{2}$ எனும் முடிவை பயன்படுத்தி or வேறுவிதமாக $\sum_{r=1}^n \sqrt{V_r} = \sqrt{3} \left(\frac{n^2+3n}{2} \right)$ எனக்காட்டுக?

4. வளையி $y = x^2 + 3$ நேர்கோடுகள் $y = 4, y = 6, x = 0$ ஆகியன இடைவெட்டுவதால் உருவாகும் உருவின் பரப்பளவைக் காண்க?

5. முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் AB, BC, CA என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $4x + 3y + 5 = 0$, $4x - 3y + 1 = 0$, $5x - 2 = 0$ ஆகும். \bar{ABC} இன் உள்ளிரு கூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

6. ஒரு வட்டத்தில் அமைந்துள்ள (2,5) எனும் புள்ளியில் வரையப்பட்ட தொடலியின் சமன்பாடு $2x - y + 1 = 0$ ஆகும். இவ்வட்டத்தின் மையமானது $x + y = 9$ எனும் நேர்கோட்டில் கிடக்கிறது எனின் இவ்வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

பகுதி - B

1. a) 0, 2, 3, 5, 7, 8 ஆகிய இலக்கங்களில் 4 இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்கள் அமைக்கப்படுகின்றன.

- ஓர் எண்ணில் இலக்கங்கள் மீளவும் வரமுடியும் எனில்
- ஓர் எண்ணில் ஒரு இலக்கம் ஒருமுறை மட்டுமே பாவிக்க முடியும் எனின், அமைக்கக்கூடிய எண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க?
- வகை (11) இல் எத்தனை எண்கள் 5000 இலும் பெரிதாகவும் 2 ஆல் பிரிபடக்கூடியதாகவும் இருக்கும்?

b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{1}{(3r-8)(3r-2)}$ எனவும் $f(r) = \frac{\mu(3r+2)}{3r-8}$ எனவும் கொள்வோம். இங்கு

$\mu \in \mathbb{R}$, $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = f(r) - f(r+2)$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக μ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க? இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஐக் காண்க? $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்கின்ற்தெனக் காட்டுக? $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $V_r = 3U_r + 2$ எனக் கொள்வோம். $\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ ஐக் காண்க? $\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ ஒருங்குகின்றதா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக?

2. 1. $8 - 2x - x^2$ ஐ $p^2 - (x+q)^2$ எனும் வடிவில் தருக? இங்கு $P(> 0), q$ மாறிலிகள்

$\int \frac{1}{\sqrt{8-2x-x^2}} dx$ ஐக் காண்க?

2. பகுதியாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int_0^1 \tan^{-1} x dx$ ஐக் காண்க?

$\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ என நிறுவுக?

இவற்றிலிருந்து $\tan^{-1} a + \tan^{-1} b = \tan^{-1} \left(\frac{a+b}{1-ab} \right)$ எனும் முடிவைப் பயன்படுத்தி

$\int_0^1 \tan^{-1} \left(\frac{1}{1-x(1-x)} \right) dx = 2 \int_0^1 \tan^{-1} x dx = \frac{\pi}{2} - \ln[2]$ எனக்காட்டுக?

3. $G(x) = \frac{1}{(x+2)(x^2+8)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களாக எடுத்துரைக்க?

இதிலிருந்து $\int \frac{1}{(x+2)(x^2+8)} dx = \frac{1}{12\sqrt{2}} \tan^{-1} \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{24} \ln \left(\frac{(x+2)^2}{x^2+8} \right) + C$ எனக்காட்டுக?

இங்கு C - எதேச்சை மாறிலி

3. a) செவ்வகம் ABCD ஒன்று பூரணமாக முதலாம் கால் வட்டத்தில் உள்ளது. AD யின் சமன்பாடு $x+y-4=0$ உம் AC இன் சமன்பாடு $3x-y-8=0$ உம் ஆகும். BA இன் நீளம் $2\sqrt{2}$ ஆகும்.

1. AB யின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

2. B இன் ஆள்கூறுகளைக் கண்டு BC இன் சமன்பாட்டைக் காண்க?

b) $x^2 + y^2 + \mu x + \mu y - (\mu + 4) = 0$ எனும் சமன்பாடு நிலையான இரு புள்ளிகளினூடு செல்லும் வட்டங்களின் தொகுதி ஒன்றை வகைக்குறிக்கின்றது என்பதற்கான விளக்கத்தைத் தருக? இங்கு μ ஒரு பரமாணம்.

$S=0$ என்பது $x^2 + y^2 + \mu x + \mu y - (\mu + 4) = 0$ இனால் வகைக்குறிக்கப்படும் தொகுதிக்குரிய ஒரு வட்டமாகும். $S=0$ ஆனது $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ எனும் வட்டத்தை P,Q இல் வெட்டுகின்றது. கோடு PQ ஆனது நிலைத்த ஒரு புள்ளியினூடாகச் செல்கின்றது எனக்காட்டி இப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? அத்துடன் PQ இன் நடுப்புள்ளியானது $2x^2 + 2y^2 - 5x + y + 3 = 0$ எனும் வட்டத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக?

